Factorisation avec les carrés

Trinôme carré parfait

Un trinôme carré parfait doit se présenter sous la forme $Ax^2 + Bx + C$.

Il doit respecter les conditions suivantes:

- A et C doivent être des carrés (1,4,9,16,25,36,...);
- Bx doit être égale à 2 multiplié par la racine de Ax^2 multiplié par la racine de C.

Si les conditions ci-haut sont respectées, on doit faire les étapes suivantes pour effectuer la factorisation:

Préalable: $A = a^2$ et $C = c^2$

ÉTAPE 1: Trouver la racine carrée de Ax^2 et C. La racine carré de A est a, la racine carrée de x^2 est x et la racine carré de C est c. Vérifiez que $Bx=2axc$

ÉTAPE 2: Déterminer le signe de B. Ceci aura une influence sur le résultat final.

ÉTAPE 3: Écrire sous la forme d'un binôme multiplié par lui-même.

Si le signe de B est positif, on écrit: $(ax + c)^2$

Si le signe de B est négatif, on écrit: $(ax - c)^2$

Exemple:

$25x^2 + 30x + 9$

Étape 1: La racine carrée de 25 est 5 , la racine carrée de x^2 est x et la racine carrée de 9 est 3. Vérifions que $30x=2*5*x*3$

Étape 2: B est positif

Étape 3: $(5x+3)^2$

Différence de carré

Une différence de carré est un binôme dont on extrait la racine carré de chaque terme.

- Il doit y avoir deux termes
- Le premier terme doit être positif et le deuxième terme doit être négatif

Si les conditions ci-haut sont respectées, on doit faire les étapes suivantes pour effectuer la factorisation:

Équation de base: $Ax^2 - C$

ÉTAPE 1: Trouver la racine carrée de Ax^2 et C. La racine carrée de A est a et la racine carrée de C est c.

ÉTAPE 2: Écrire sous la forme d'un produit de facteur dont le premier est la somme des racines carrées et le deuxième est la différence des racines carrées.

Cela donne $(ax+c)(ax-c)$

Exemple:

Équation de base: $9x^2 - 25$

Étape 1: La racine carrée de 9 est 3 , la racine carrée de x^2 est x et la racine carrée de 25 est 5.

Étape 2: $(3x+5)(3x-5)$

Complétion du carré

Lorsqu'il n'y a pas aucune façon de factoriser avec les méthodes précédentes, vous devez utiliser la complétion du carré. Dans un premier temps, on construit un trinôme carrée parfait. Dans un deuxième temps, on fait une différence de carré.

La forme générale est $ax^2 + bx + c$.

Il s'agit de construire un trinôme carré parfait avec les deux premiers termes. On doit donc ajouter un terme pour y arriver. Évidemment, il ne faut pas oublier de soustraire ce terme à la fin de l'équation pour ne pas modifier le polynôme.

ÉTAPE 1: Divisé le polynôme par a pour obtenir un coefficient de 1 pour le x^2. Donc, on obtient $a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$

ÉTAPE 2: Pour obtenir un trinôme carré parfait, il faut prendre le coefficient $(\frac{b}{a})$, le divisé par 2 $(\frac{b}{2a})$ et l'élever au carré $(\frac{b}{2a})^2$. Il ne faut pas oublier de le soustraire à la fin. Cela donne

$$a(x^2 + \frac{bx}{a} + (\frac{b}{2a})^2 + \frac{c}{a} - (\frac{b}{2a})^2)$$

ÉTAPE 3: Avec les trois premiers termes de la parenthèse, on va factoriser en utilisant la méthode du trinôme carré parfait. On va calculer les deux derniers termes et on va le mettre au carré.

ÉTAPE 4: Dans la parenthèse, on obtient un binôme au carré dont on soustrait une constante au carré. Alors, on fera une différence du carré et on obtiendra la valeur « a » multiplié par deux facteurs.

Exemple : $2x^2 + 32x + 56$

Étape 1 : On divise par deux $2(x^2 + 16x + 28)$

Étape 2 : On va ajouter $(16/2)^2 = 64$ et le soustraire à la fin.

$2(x^2 + 16x + 64 + 28 - 64)$

Étape 3 :On fera un trinôme carré parfait avec les trois premiers termes de la parenthèses.

$2((x+8)^2 – 36) = 2((x+8)^2 – 6^2)$

Étape 4 : On fait une différence de carré pour terminer.

$2 ((x + 8 + 6)(x + 8 - 6)) = 2(x + 14)(x + 2)$