Résumé

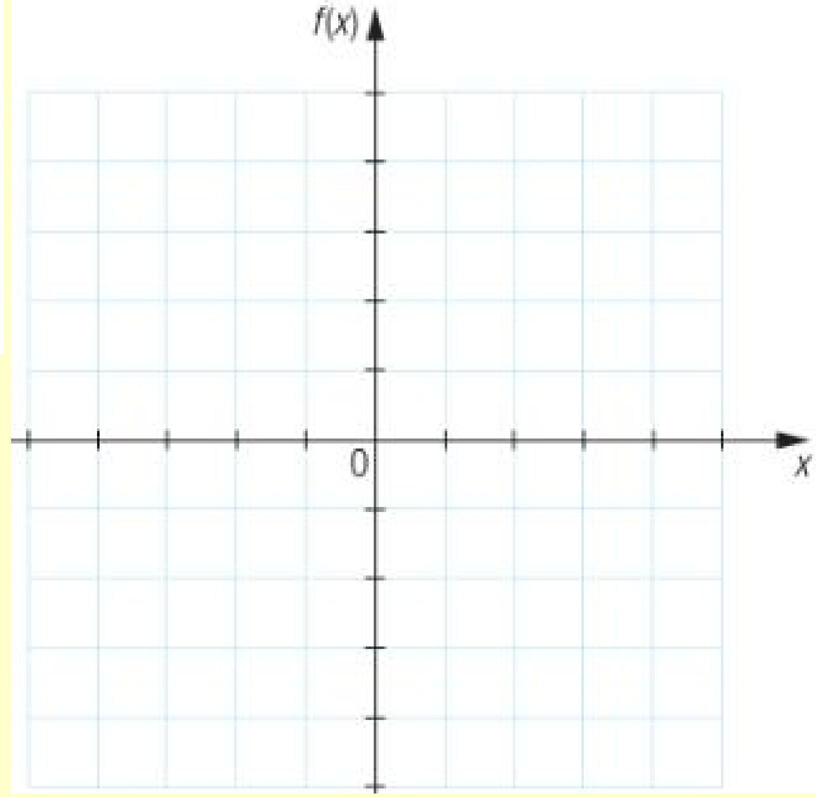
Fonctions	Période	Angles
f(x) = sin *x*	$P = \dfrac{2\text{®}}{\lvert b \rvert}$	$\sin \text{—} = k$ $\text{—}_1 = \sin^{-1}(k)$ $\text{—}_2 = \text{®} - \text{—}_1$
g(x) = cos *x*	$P = \dfrac{2\text{®}}{\lvert b \rvert}$	$\cos \text{—} = k$ $\text{—}_1 = \cos^{-1}(k)$ $\text{—}_2 = 2\text{®} - \text{—}_1$
h(x) = tan *x*	$P = \dfrac{\text{®}}{\lvert b \rvert}$	$\tan \text{—} = k$ $\text{—} = \tan^{-1}(k)$

Problèmes variés

Dauphin

Un dauphin s’amuse à sortir de l’eau sur une longue distance. Au début de l’observation, il a déjà atteint une hauteur maximale soit à 1 m au-dessus du niveau de l’eau. Après 2 secondes, Il atteint une profondeur maximale de 3 m sous le niveau de l’eau.

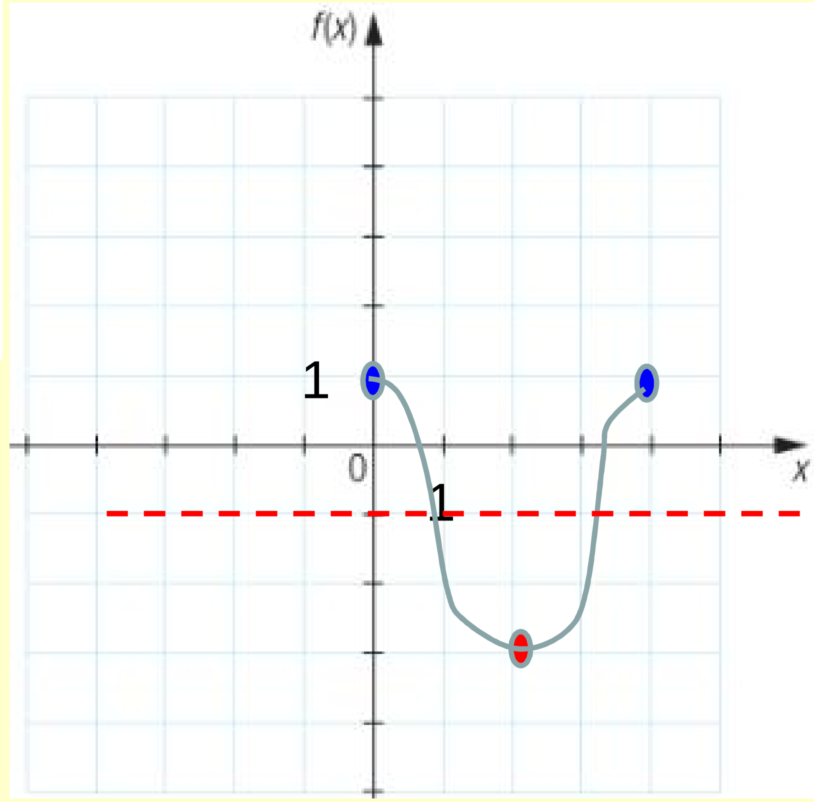
À quels moments atteindra-t-il une profondeur de 2 m sur l’intervalle [10, 20] secondes ? Où sera-t-il situé à 47 secondes ?



Dauphin

Un dauphin s'amuse à sortir de l'eau sur une longue distance. Au début de l'observation, il a déjà atteint une hauteur maximale soit à 1 m au-dessus du niveau de l'eau. Après 2 secondes, il atteint une profondeur maximale de 3 m sous le niveau de l'eau.

À quels moments atteindra-t-il une profondeur de 2 m sur l'intervalle [10, 20] secondes ? Où sera-t-il situé à 47 secondes ?



$$P = 4 \qquad Po\,\text{int}\; Départ : (0,1)$$

$$P = \frac{2\circledR}{|b|} \qquad a > 0$$

(h, k) = (0, -1)

$$4 = \frac{2\circledR}{|b|}$$

$$b = \frac{\circledR}{2} \qquad f(x) = 2\cos\frac{\circledR}{2}x - 1$$

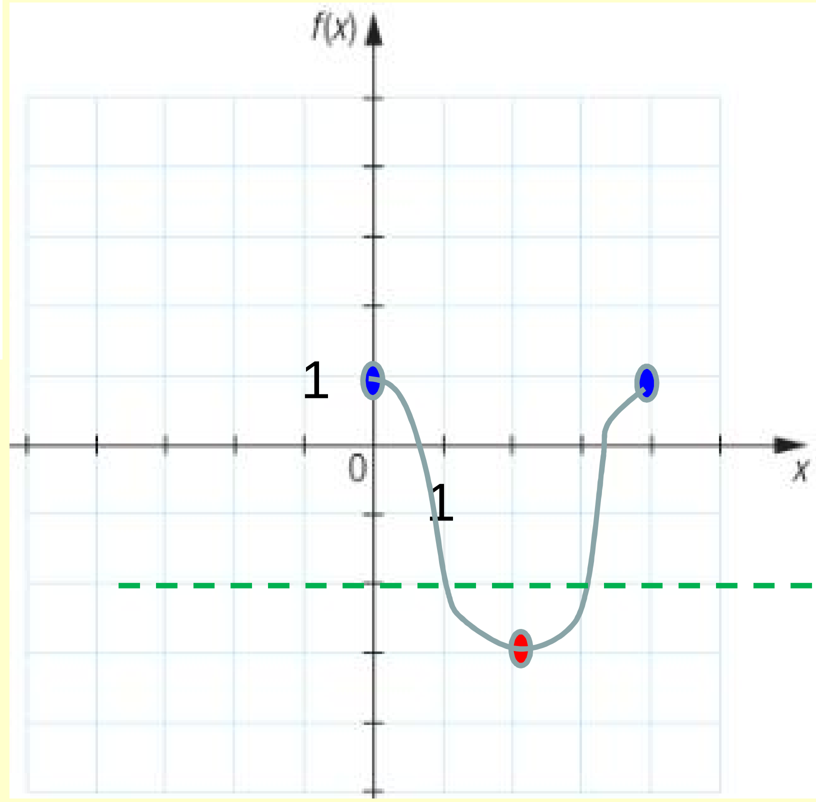
$$A = \frac{\max f - \min f}{2}$$

$$A = \frac{1 - -3}{2} \qquad A = 2$$

Dauphin

Un dauphin s'amuse à sortir de l'eau sur une longue distance. Au début de l'observation, il a déjà atteint une hauteur maximale soit à $\boxed{\text{1 m au-dessus du}}$ niveau de l'eau. $\boxed{\text{Après 2 secondes,}}$ il atteint une profondeur maximale de $\boxed{\text{3 m sous le niveau de l'eau.}}$

À quels moments atteindra-t-il $\boxed{\text{une profondeur de 2 m sur}}$ l'intervalle [10, 20] secondes ? Où sera-t-il situé à 47 secondes ?



$$f(x) = 2\cos\frac{\circledR}{2}x - 1$$

$$2\cos\frac{\circledR}{2}x - 1 = -2$$

$$\cos\frac{\circledR}{2}x = -\frac{1}{2}$$

3. Soit P(t) = (u,5/13) un point trigonométrique du deuxième quadrant. Détermine, exactement, la valeur de l'expression $2 \tan^2 t - 5 \tan t + 3$.

À l'aide de pythagore

u = ±12/13

Deuxième quadrant: u = -12/13

tan(t)= sin(t)/cos(t)

$$\tan t = \frac{\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = -\frac{5}{12}$$

$$2\times\left(-\frac{5}{12}\right)^2 - 5\times\left(-\frac{5}{12}\right) + 3$$

$$\frac{50}{144} + \frac{25}{12} + 3$$

$$\frac{50}{144} + \frac{300}{144} + \frac{432}{144} = \frac{782}{144}$$

$$\frac{391}{72}$$

4. Trouve les zéros des fonctions suivantes dans les R :

a) $f(x) = 3\sin\frac{\pi}{3}(x-3)+2$

b) $g(x) = 7\cos\frac{-\pi}{5}(x+2)+2$

$$\sin\frac{\text{®}}{3}(x-3) = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{\text{®}}{3}(x-3) = -0{,}7297 \qquad \frac{\text{®}}{3}(x-3) = 3{,}8713$$

$$x = 2{,}3032 \qquad x = 6{,}6968$$

S = {2,3023 + 6n; 6,6968 + 6n}, n ε z

4. Trouve les zéros des fonctions suivantes dans les R :

a) $f(x) = 3\sin\frac{\pi}{3}(x-3)+2$

b) $g(x) = 7\cos\frac{-\pi}{5}(x+2)+2$

$$\cos\frac{-\circledR}{5}\left(x+2\right)=\frac{-2}{7}$$

$$\frac{-\circledR}{5}\left(x+2\right)=1{,}8605 \qquad \frac{-\circledR}{5}\left(x+2\right)=4{,}4227$$

$$x=-4{,}9611 \qquad x=-9{,}0389$$

S = {-4,9611 + 10n; -9,0389 + 10n}, n ε z

f) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$, si $x \in [-\pi, \pi]$.

$$u = \sin x$$

$$2u^2 - u - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-1)$$

$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

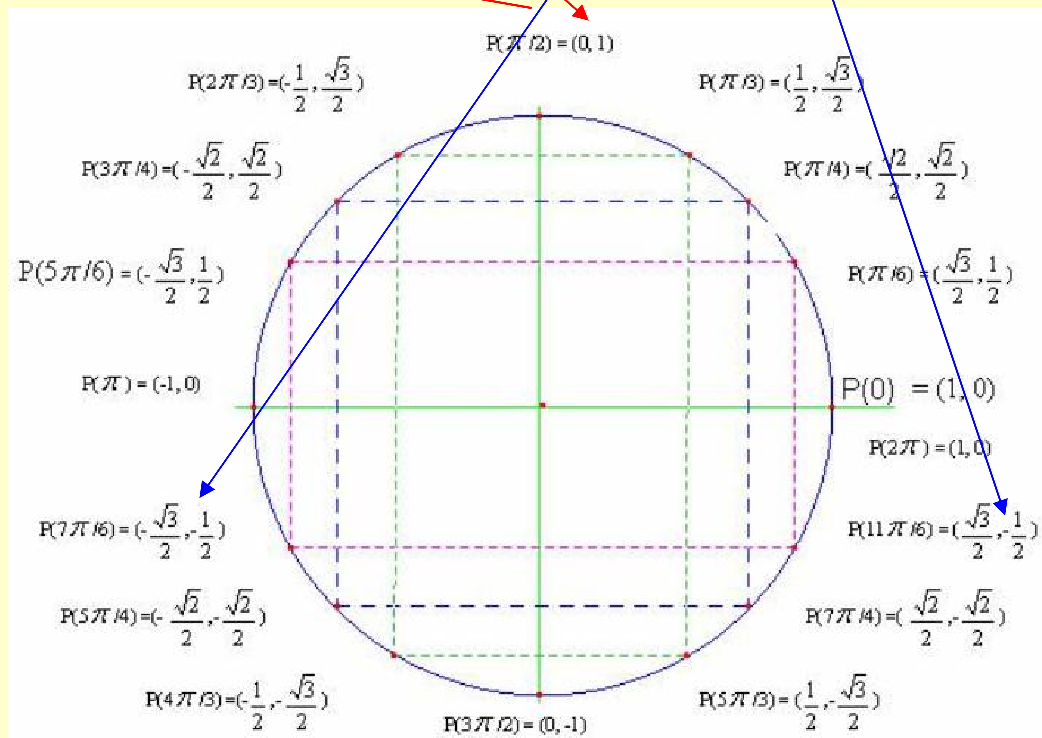
$$x = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$u_1 = -0{,}5 \qquad u_2 = 1$$

$$\boxed{\sin x = 1} \qquad \boxed{\sin x = -0{,}5}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} \qquad x = -\frac{5\pi}{6}$$



$$x \in \left\{-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\}$$

g) $2\sin^2 x - 7\sin x + 6 = 0$, si $x \in [0, 2\pi]$.

$$u = \sin x$$

$$2u^2 - 7u + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6)$$

$$\Delta = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm 1}{4}$$

$$u_1 = 1{,}5 \qquad u_2 = 2$$

$$\sin x = 1{,}5 \qquad \sin x = 2$$

Aucune solution dans IR.

$x \in \{\ \}$

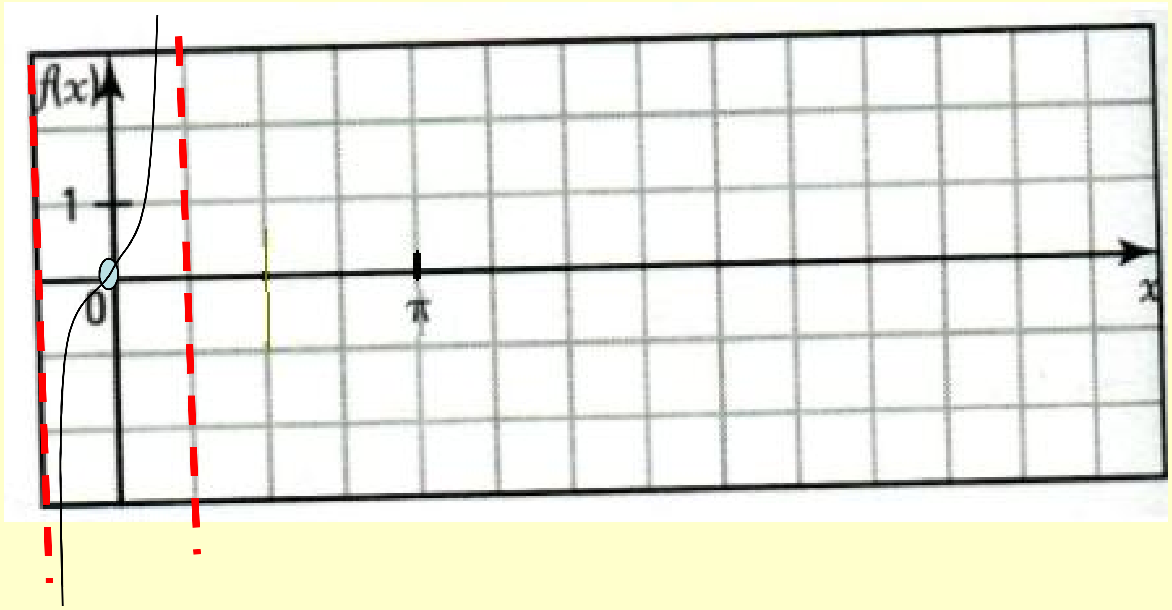
5. Trace une période du graphique de chacune des fonctions suivantes. Indique les équations des asymptotes, la période, le zéro, l'ordonnée à l'origine et le déphasage.

a) f(x) = 0,5 tan 2x b) f(x) = 2 tan (0,5x – π/3) c) f(x) = 2 tan (-2x – π/4) + 1

(h, k) = (0, 0)

P=π/2

P/2 = π/4



ab > 0 ➔ croissant

5. Trace une période du graphique de chacune des fonctions suivantes. Indique les équations des asymptotes, la période, le zéro, l'ordonnée à l'origine et le déphasage.

a) $f(x) = 0,5 \tan 2x$

b) $f(x) = 2 \tan (0,5x - \pi/3)$

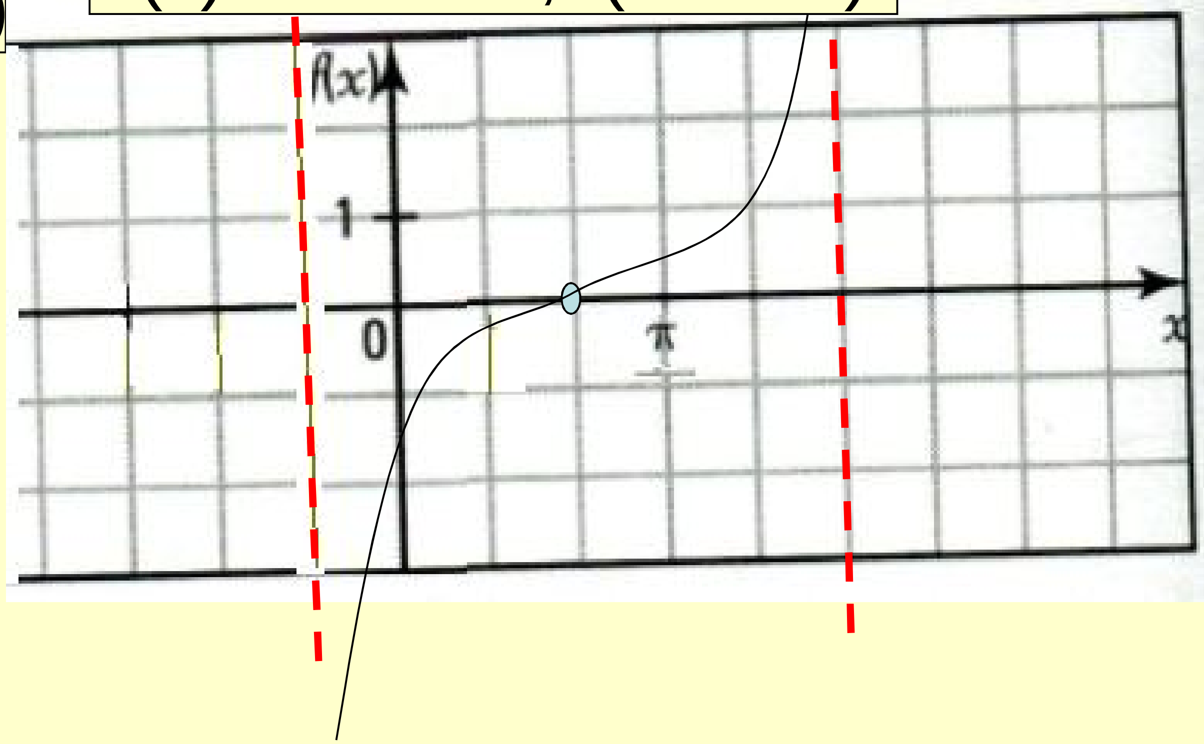
c) $f(x) = 2 \tan (-2x - \pi/4) + 1$

$f(x) = 2 \tan 0,5(x-2\pi/3)$

$(h, k) = (2\pi/3, 0)$

$P=2\pi$

$P/2 = \pi$



ab > 0 ➔ croissant

5. Trace une période du graphique de chacune des fonctions suivantes. Indique les équations des asymptotes, la période, le zéro, l'ordonnée à l'origine et le déphasage.

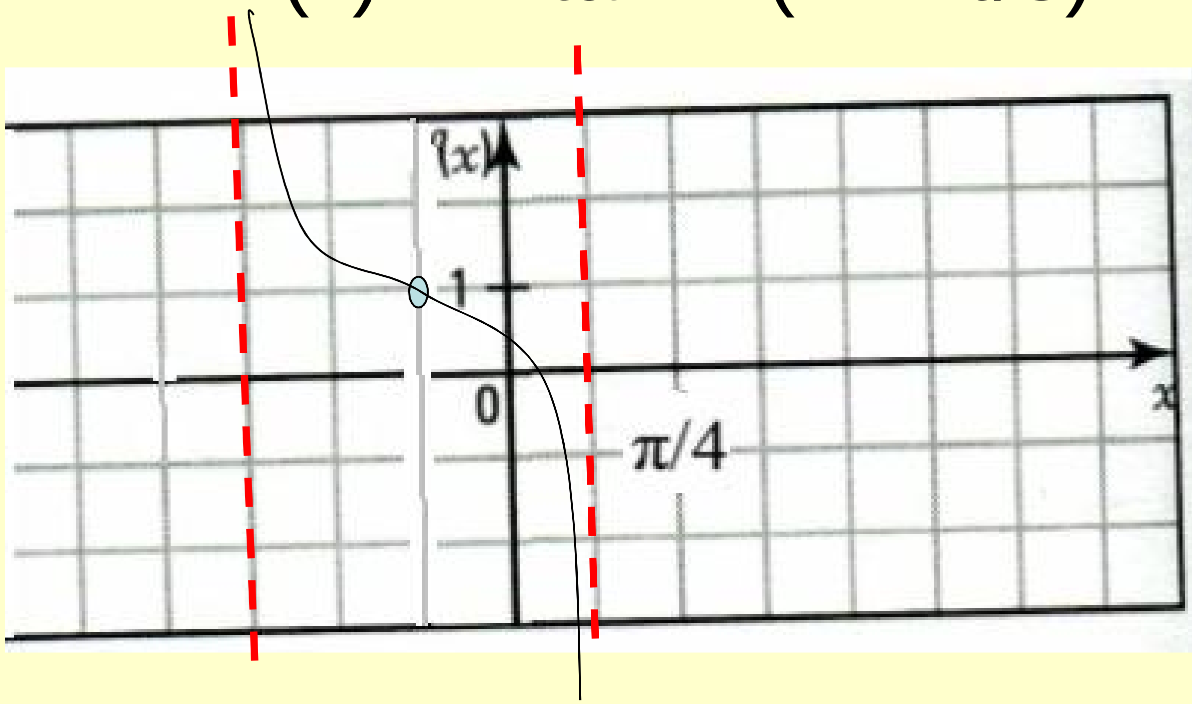
a) $f(x) = 0,5 \tan 2x$ b) $f(x) = 2 \tan (0,5x - \pi/3)$ c) $f(x) = 2 \tan (-2x - \pi/4) + 1$

$f(x) = 2 \tan -2(x + \pi/8) + 1$

$(h, k) = (-\pi/8, 1)$

$P = \pi/2$

$P/2 = \pi/4$



ab < 0 ➔ décroissant

6. Trace le graphique de la fonction $f(x) = 2 \sin(0{,}5x + 0{,}25\pi) + 2$.

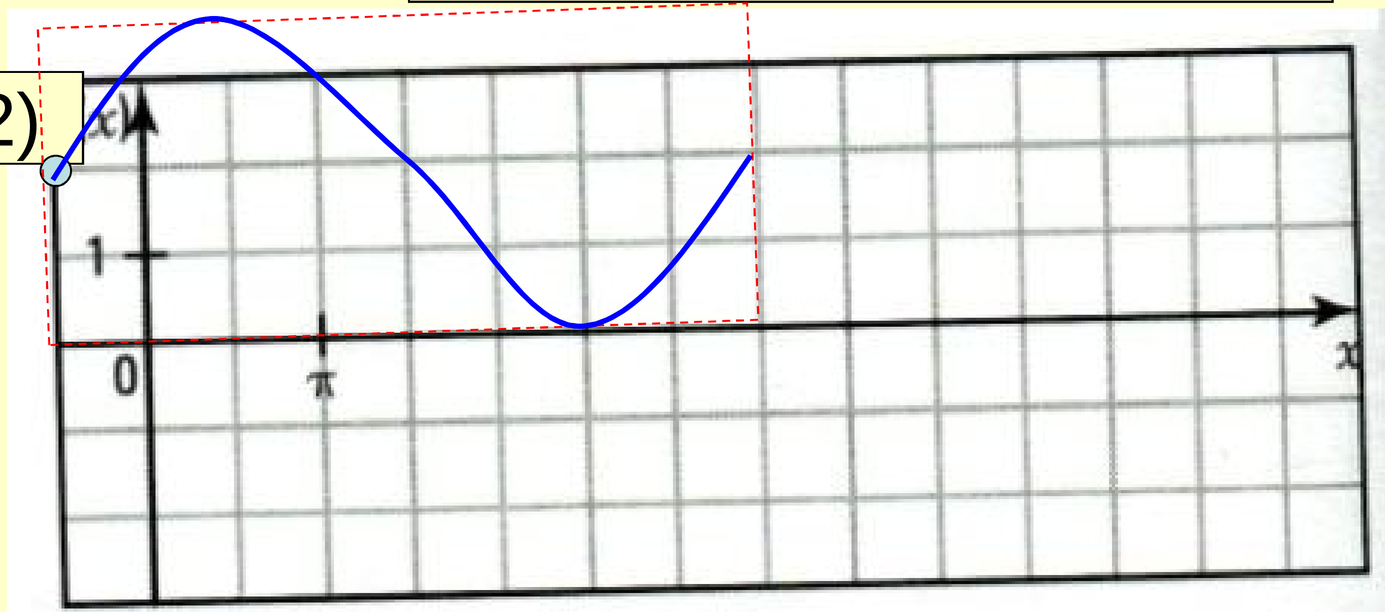
$f(x) = 2 \sin 1/2(x + \pi/2) + 2$

$A = 2$

$(h, k) = (-\pi/2; 2)$

$b = 1/2$

$P = 4\pi$



ab > 0 ➔ croissant

7. Trace le graphique de la fonction $f(x) = -2 \cos (2x/3 + \pi/3)$.

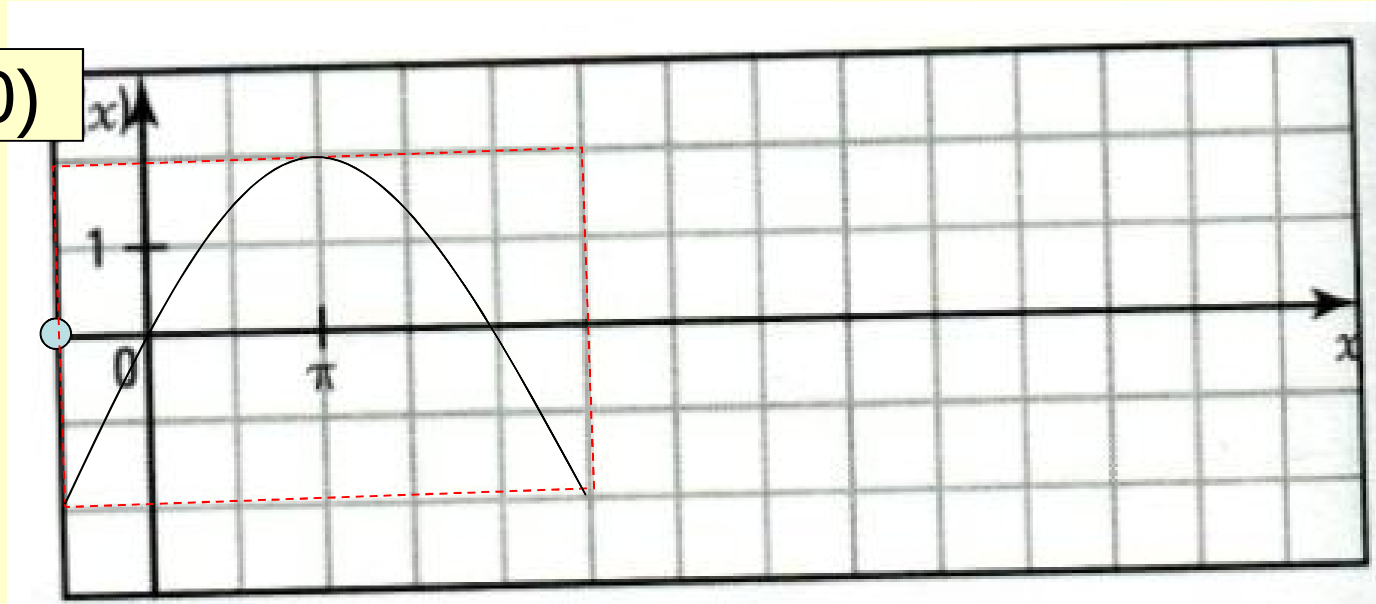
$f(x) = -2 \cos 2/3(x + \pi/2)$

$A = 2$

$(h, k) = (-\pi/2; 0)$

$b = 2/3$

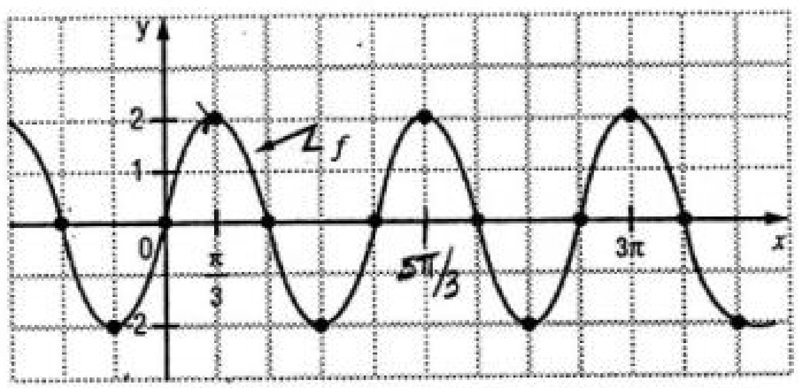
$P = 3\pi$



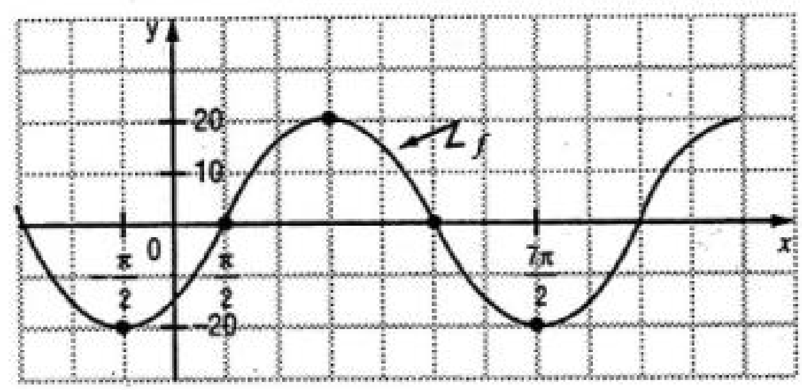
$a < 0$ ➔ par le bas

8. Détermine la règle, sous la forme $f(x) = a \cos b(x - h) + k$, pour chacune des fonctions suivantes.

a)



b)



A = 2

k = 0

P = 4π/3

b = 3/2

h = π/3

f(x) = 2 cos 3/2(x- π/3)

A = 20

k = 0

P = 4π

b = 1/2

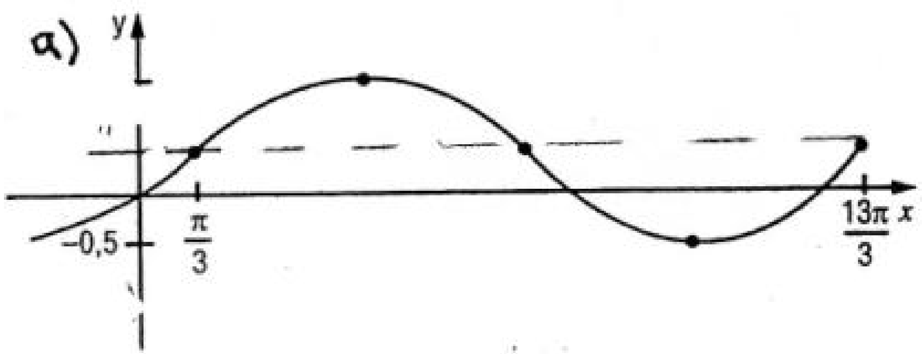
h = 3π/2

f(x) = 20 cos 1/2(x- 3π/2)

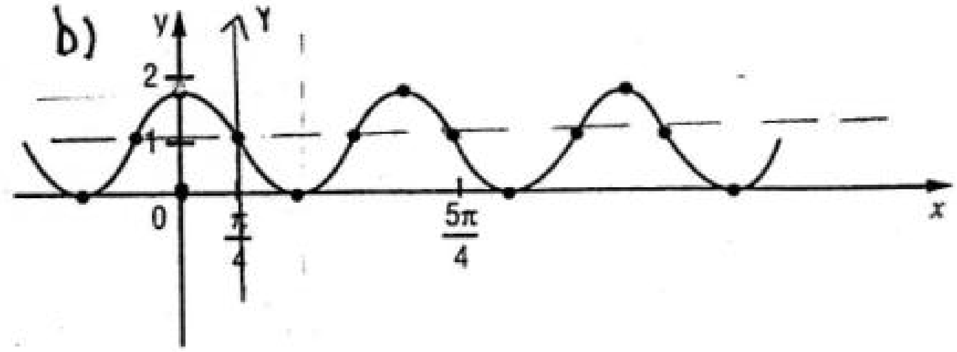
f(x) = -20 cos 1/2(x + π/2)

9. Détermine la règle, sous la forme $f(x) = a \sin b(x - h) + k$, pour chacune des fonctions suivantes.

a)



b)



A = 1

(h, k) = (π/3; 0,5)

P = 4π

b = 1/2

f(x) = sin 1/2(x- π/3) + 0,5

A = 1

(h, k) = (π/4, 1)

P = π

b = 2

f(x) = -sin 2(x- π/4) + 1

5 Simplifiez les expressions suivantes pour obtenir un seul terme.

a) $(1 - \cos^2 x) \cot^2 x$

$$\sin^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

b) $\tan^2 x \operatorname{cosec} x \cos x$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x} \times \cos x$$

c) $(\sec^2 x - 1) \cot^2 x$

$$\boxed{\tan^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} \quad \boxed{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}$$

d) $(1 + \cot^2 x) \sin x$

$$\boxed{\cos ec^2 x \sin x} \quad \boxed{\frac{1}{\sin^2 x} \sin x}$$

e) $\operatorname{cosec}^2 x(1 - \sin^2 x)$

$$\boxed{\cos ec^2 x \cos^2 x}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sin^2 x} \cos^2 x}$$

f) $\tan x \cos x$

$$\boxed{\frac{\sin x}{\cos x} \cos x}$$

a)

b)

c)

d)

e)

f)

Exemple 1 :

Le standard, développer le terme de gauche pour obtenir celui de droite.

$$\tan^2 t - \sin^2 t = \sin^2 t \tan^2 t$$

$$\tan^2 t - \sin^2 t = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} - \sin^2 t = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} - \frac{\sin^2 t \cos^2 t}{\cos^2 t}$$

$$= \frac{\sin^2 t - \sin^2 t \cos^2 t}{\cos^2 t}$$

$$= \frac{\sin^2 t(1-\cos^2 t)}{\cos^2 t} = \frac{\sin^2 t \sin^2 t}{\cos^2 t} = \tan^2 t \sin^2 t$$

Exemple 2 :

Le standard, développer le terme de gauche pour obtenir celui de droite.

$$\mathrm{Sec}^2 t + \mathrm{cosec}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t \sin^2 t}$$

$$\mathrm{Sec}^2 t + \mathrm{cosec}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t} + \frac{1}{\sin^2 t} = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} + \frac{\cos^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} =$$

$$\frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} = \frac{1}{\cos^2 t \sin^2 t}$$

Exemples

$$\sin 2\left(x-®\right)=\frac{1}{2} \qquad x£[0,2®[$$

P = π

$$2(x-®)=\frac{®}{6}$$

$$2(x-®)=\frac{5®}{6}$$

$$x-® =\frac{®}{12}$$

$$x=\frac{13®}{12}$$

$$x-® =\frac{5®}{12}$$

$$x=\frac{17®}{12}$$

$$x=\frac{13®}{12}-\frac{12®}{12}$$

$$x=\frac{®}{12}$$

$$x=\frac{17®}{12}-\frac{12®}{12}$$

$$x=\frac{5®}{12}$$

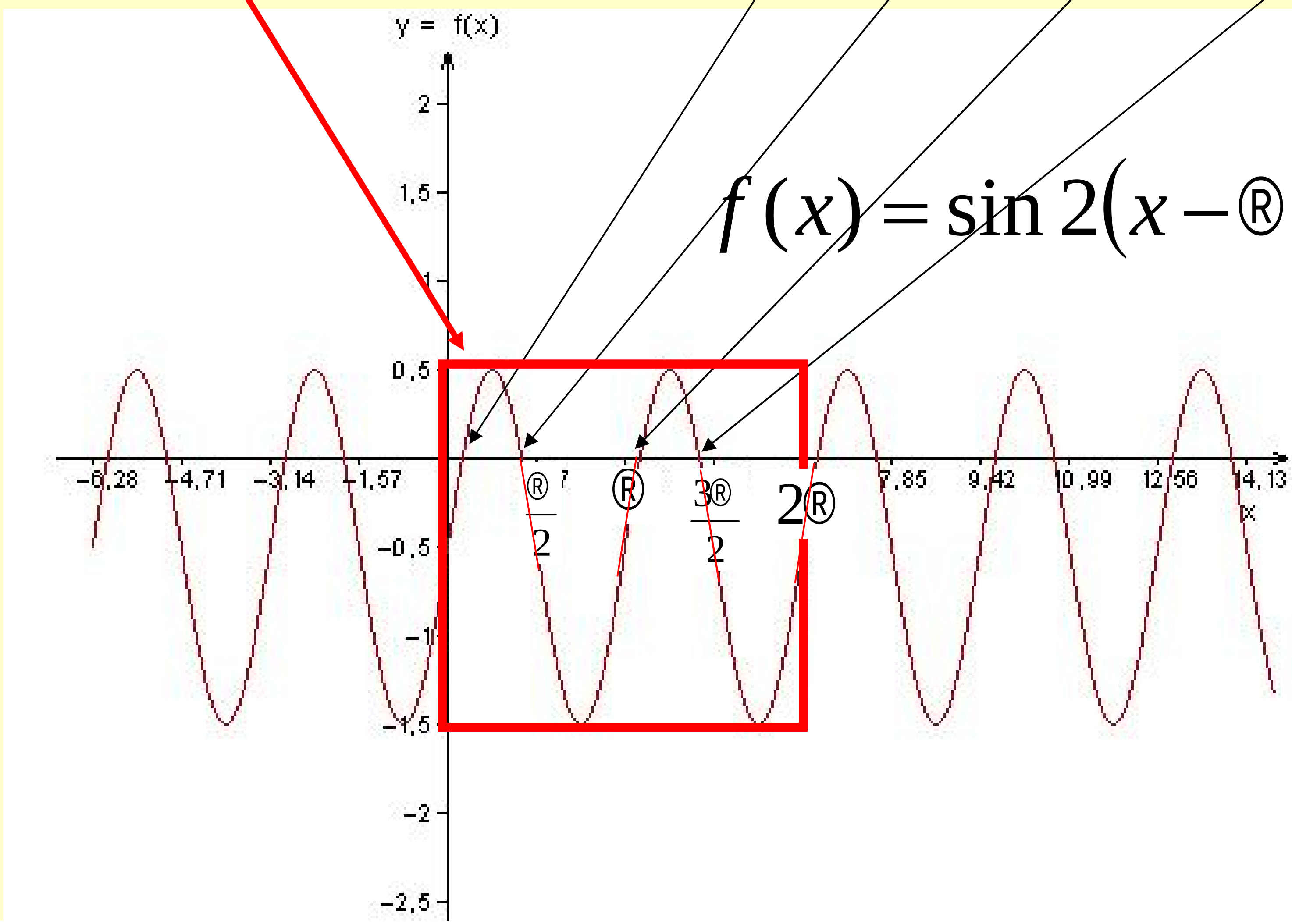
$$x£\left\{\frac{®}{12},\frac{5®}{12},\frac{13®}{12},\frac{17®}{12}\right\}$$

$$\sin 2(x-®)=\frac{1}{2}$$

$$x£[0,2®[$$

$$x£\left\{\frac{®}{12},\frac{5®}{12},\frac{13®}{12},\frac{17®}{12}\right\}$$

$$f(x)=\sin 2(x-®)-\frac{1}{2}$$



$$2\sin^2 2(x-\text{®})+3\sin 2(x-\text{®})+1=0 \qquad x\text{£}[0,2\text{®}[$$

$$(2\sin 2(x-\text{®})+1)(\sin 2(x-\text{®})+1)=0$$

$$2\sin 2(x-\text{®})+1=0 \qquad \sin 2(x-\text{®})+1=0$$

P = π

$$\sin 2(x-\text{®})=-\frac{1}{2} \qquad \sin 2(x-\text{®})=-1$$

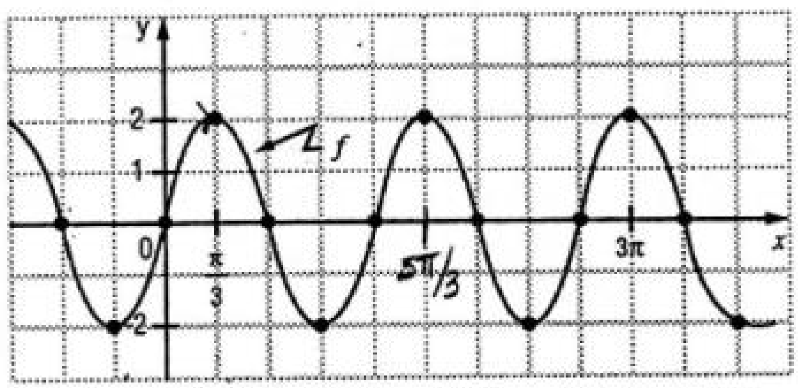
$$2(x-\text{®})=\frac{7\text{®}}{6} \qquad 2(x-\text{®})=\frac{11\text{®}}{6} \qquad 2(x-\text{®})=\frac{3\text{®}}{2}$$

$$x=\frac{19\text{®}}{12} \qquad x=\frac{23\text{®}}{12} \qquad x=\frac{7\text{®}}{4}$$

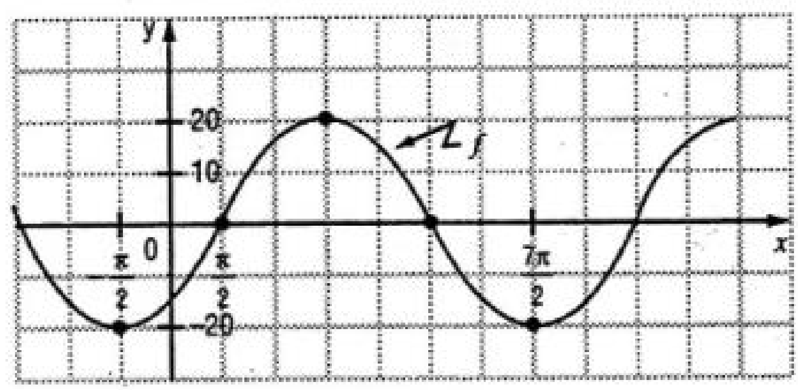
$$x=\frac{7\text{®}}{12} \qquad x=\frac{11\text{®}}{12} \qquad x=\frac{3\text{®}}{4}$$

8. Détermine la règle, sous la forme $f(x) = a \cos b(x - h) + k$, pour chacune des fonctions suivantes.

a)



b)



A = 2

k = 0

P = 4π/3

b = 3/2

h = π/3

f(x) = 2 cos 3/2(x- π/3)

A = 20

k = 0

P = 4π

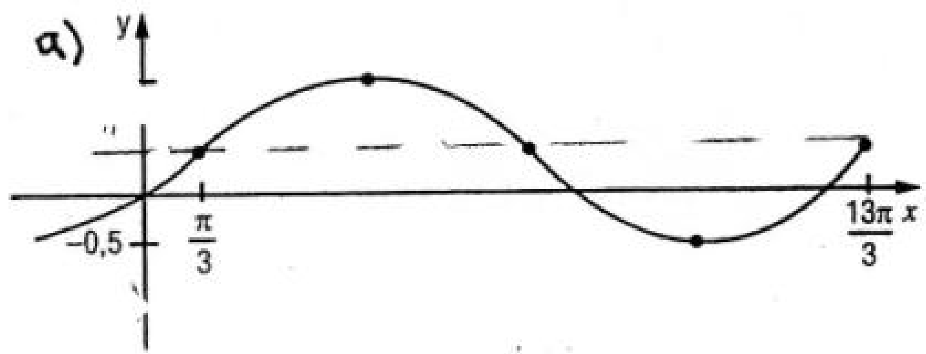
b = 1/2

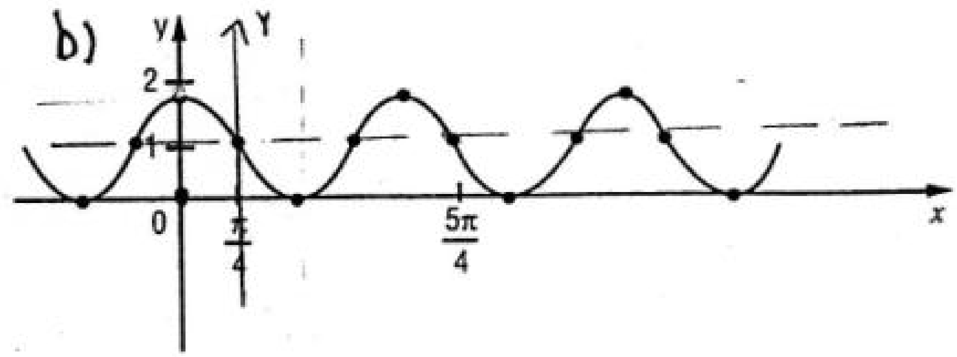
h = 3π/2

f(x) = 20 cos 1/2(x- 3π/2)

f(x) = -20 cos 1/2(x + π/2)

9. Détermine la règle, sous la forme $f(x) = a \sin b(x - h) + k$, pour chacune des fonctions suivantes.





A = 1

(h, k) = (π/3; 0,5)

P = 4π

b = 1/2

f(x) = sin 1/2(x- π/3) + 0,5

A = 1

(h, k) = (π/4, 1)

P = π

b = 2

f(x) = -sin 2(x- π/4) + 1

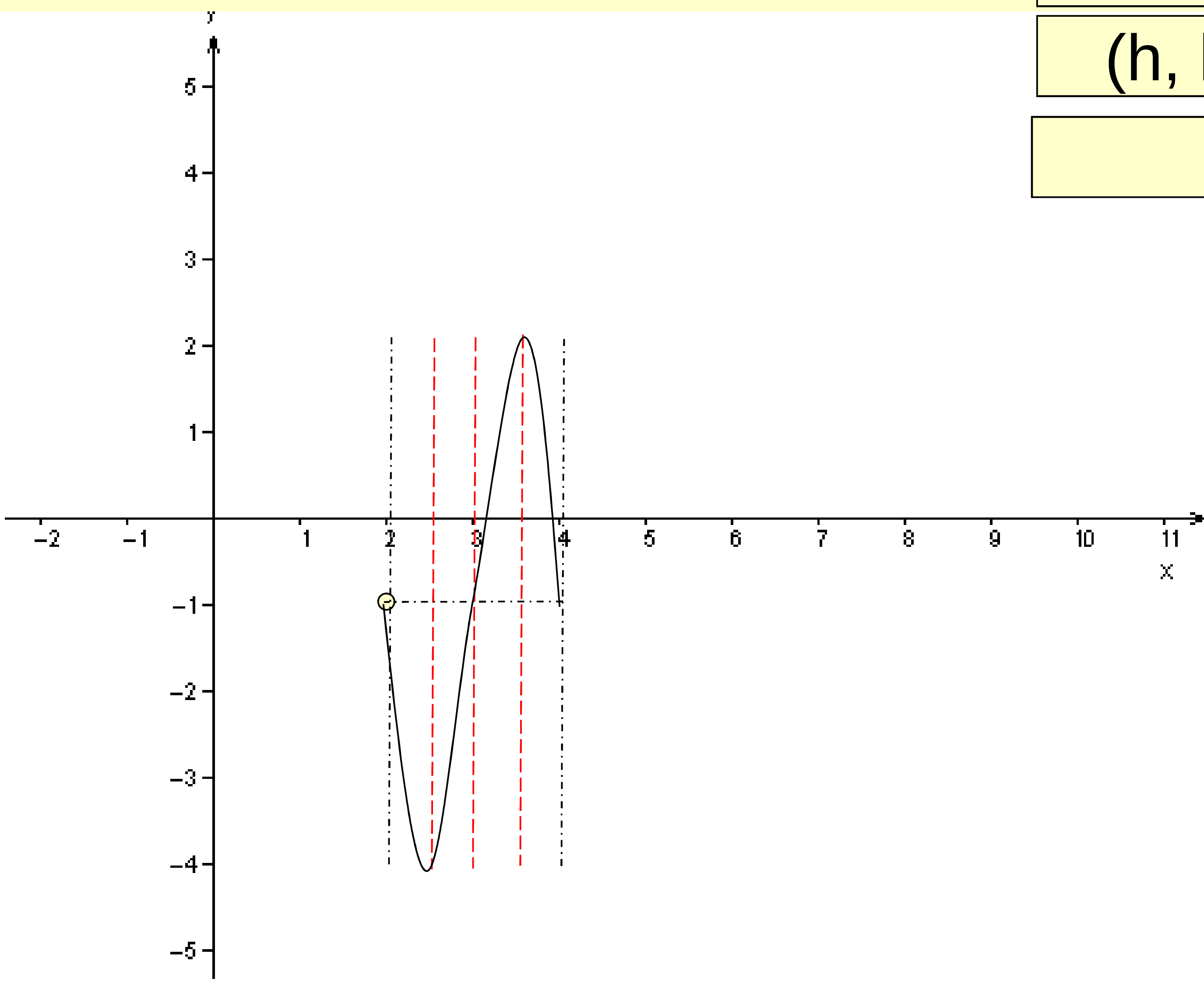
3) Tracer le graphique de la fonction sinusoïdale suivante : $f(t) = -3\sin(\pi t - 2\pi) - 1$.

$f(x) = -3 \sin \pi(t-2) -1$

$A = 3$

$(h, k) = (2, -1)$

$P = 2$



4) L'expression $\frac{sin^2 A}{\tan^2 A} + \cos^2 A(1 + \tan^2 A - 1)$ équivaut à :

1

$$2\cos\left(x-®\right)-2 \geq -1$$

$x£[0,2®[$

$$x£\left\{\frac{2®}{3},\frac{4®}{3}\right\}$$

$$f(x)=2\cos(x-®)-2$$

$$x£\left[\frac{2®}{3},\frac{4®}{3}\right]$$