

Chapitre 4.1

Trouver l'équation de la fonction exponentielle

$$f(x) = a(c)^x + k$$

1- J'ai besoin de l'asymptote: $y = k$

2- Avec la valeur initiale: $(0, a + k)$

3- Une coordonnée pour trouver c

Chapitre 4.1

Valeur initiale: $(0, a + k)$

$$f(x) = a(c)^x + k$$

$$y = a(c)^0 + k$$

$$y = a + k$$

Valeur initiale: $(0, a + k)$

Chapitre 4.1 Trouver l'équation de la fonction exponentielle

Exemple à partir d'un graphique.

$$y = a(c)^x + k$$

1- $y = 4$

$$y = a(c)^x + 4$$

2- $7 = a + k$

$$7 = a + 4$$

$$a = 3$$

$$y = 3(c)^x + 4$$

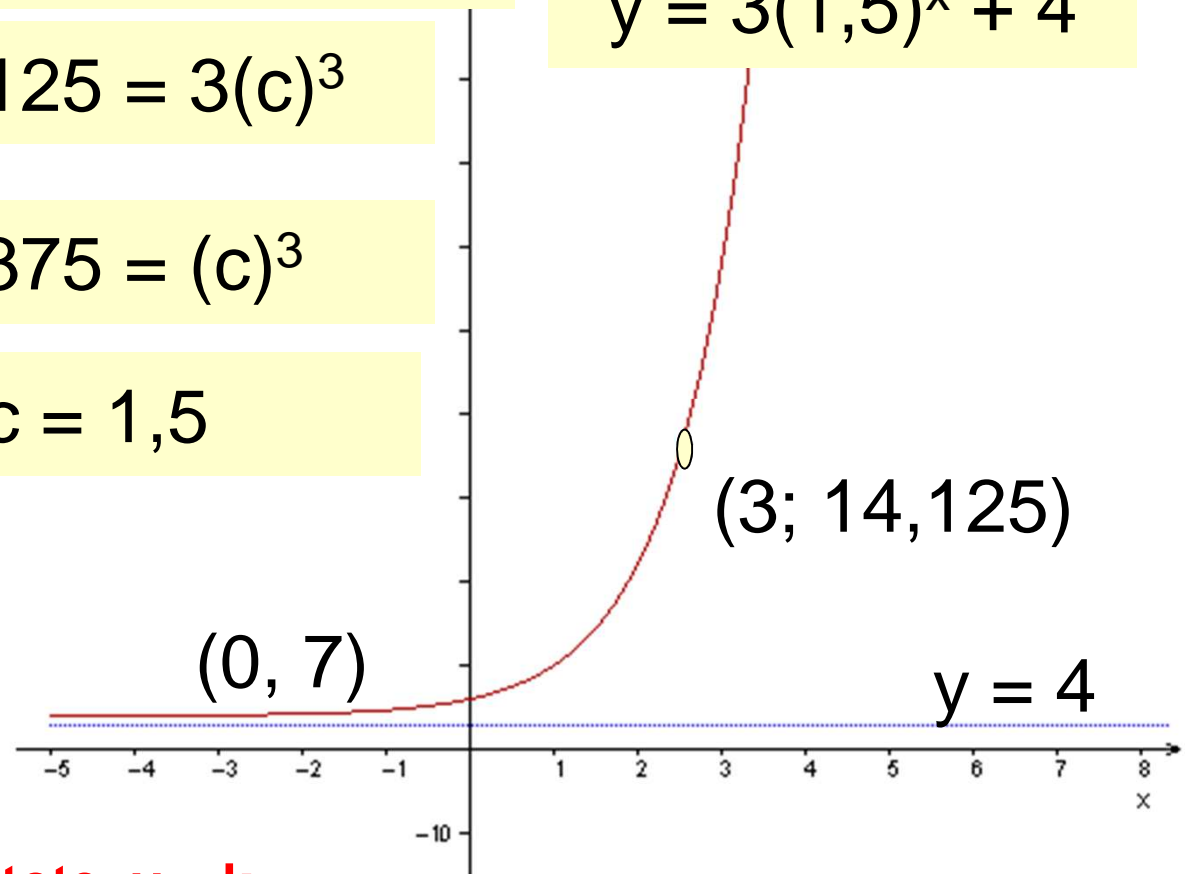
3- $14,125 = 3(c)^3 + 4$

$$10,125 = 3(c)^3$$

$$3,375 = (c)^3$$

$$c = 1,5$$

$$y = 3(1,5)^x + 4$$



1- J'ai besoin de l'asymptote: $y = k$

2- Avec la valeur initiale: $(0, a + k)$

3- Une coordonnée pour trouver c

Règle d'une fonction exponentielle (problème écrit)

Comment trouver la règle d'une fonction exponentielle.

$$f(x) = a(c)^{bx}$$

a = Valeur initiale

c = le facteur multiplicatif

b = Le nombre de périodes (ou de répétition) durant l'unité de temps

Valeur initiale: $(0, a)$

Un milieu renferme 10 bactéries au départ. L'unité de temps est l'heure

- Lorsque le nombre de bactéries triple ($c = 3$) toutes les 15 minutes, chaque heure renferme 4 périodes ($b = 4$). La règle est $y = 10(3)^{4x}$.
- Lorsque le nombre de bactéries double ($c = 2$) toutes les 30 minutes, chaque heure renferme 2 périodes ($b = 2$). La règle est $y = 10(2)^{2x}$.
- Lorsque le nombre de bactéries quadruple ($c = 4$) toutes les 2 heures, chaque heure renferme $\frac{1}{2}$ période ($b = \frac{1}{2}$). La règle est $y = 10(4)^{\frac{1}{2}x}$.


$$b = (\text{Unité de temps}) / (\text{le temps de la répétition})$$

$$b = 60/15 \rightarrow b=4$$

$$b = 60/30 \rightarrow b=2$$

$$b = 1/2 \rightarrow b = 1/2$$

Résumé des notions du chapitre 4

Notions chapitre 4	Formules	Résultats
Fonction exponentielle	$f(x) = a(c)^{b(x-h)} + k$ Asymptote : $y = k$ 	Pour tracer la fonction $f(x) = a(c)^{b(x-h)} + k$: 1- L'asymptote $y = k$ 2- Pose $x = 0$ 3- Observer paramètre b et c
Paramètre a	Si négatif →	Réflexion par rapport à l'asymptote $y = k$
Paramètre b	Si négatif →	Réflexion par rapport à l'axe des y
Recherche de la règle d'une fonction exponentielle $f(x) = a(1+i)^x$ où $i\%$ $f(x) = a(1-i)^x$	Pour $f(x) = a(c)^x + k$ 1- $y = k$ 2- Trouver a avec $(0, a+k)$ 3- Une coordonnée pour trouver c	$f(x) = ac^{bx}$ a = Valeur initiale c = le facteur multiplicatif b = Le nombre de périodes (ou de répétition) durant l'unité de temps (b = Unité de temps / temps de la période)
Équation exponentielle	$2^{3x-5} = 2^6 \rightarrow 3x - 5 = 6$	L'égalité des bases entraîne l'égalité des exposants.

Fonction exponentielle avec pourcentage

Si on parle d'un événement qui se produit à la fréquence x et que cela concerne une AUGMENTATION $(1 + i)$ ou une DIMINUTION $(1 - i)$ en pourcentage (%) :

$$f(x) = a(1+i)^x \quad \text{ou} \quad f(x) = a(1-i)^x$$

a : est la valeur initiale;
 i : est le pourcentage;
la base $(1+i)$: est l'augmentation;
la base $(1-i)$: est la diminution;
 x : est la fréquence (la répétition).

Exemple : $a = 1\,000\$$

Exemple : $i = 0,05$ (5%)

Exemple : $(1 + 0,05) = (1,05)$

Exemple : $(1 - 0,05) = (0,95)$

Exemple : x représente des années

$f(x) = 10\,000(1,05)^x$ ou $f(x) = 10\,000(0,95)^x$

Chapitre 4.1 Trouver l'équation de la fonction exponentielle

Si je dis que ça augmente de 2% par année.

$$y = a(1+i)^x$$

2% s'écrit aussi $\frac{2}{100}$ qui s'écrit aussi 0,02

Donc, $i = 2\%$

Ou $i = 0,02$

Facteur multiplicatif:

$$1 + i = 1 + 0,02$$

$$1+i = 1,02$$

$$y = a(1,02)^x$$

$$f(x) = a(1+i)^x$$

a :

est la valeur initial;

i :

est le pourcentage;

la base (1+i) :

est l'augmentation;

x :

est la fréquence (la répétition).

Chapitre 4.1

Trouver l'équation de la fonction exponentielle

La population de St-Félix est de 5000 habitants. Sa croissance est de 2% par année.

Combien y aura-t-il d'habitants dans 8 ans?

$$y = a(1+i)^x$$

$$\text{Valeur initiale: } a = 5000$$

$$\text{Facteur multiplicatif:}$$
$$1 + i = 1 + 0,02$$

$$1+i = 1,02$$

$$y = a(1+i)^x$$

$$y = 5000(1,02)^x$$

Dans 8 ans

$$y = 5000(1,02)^8$$

$$y = 5858$$

Chapitre 4.1 Trouver l'équation de la fonction exponentielle

Si je dis que ça diminue de 5% par année.

$$y = a(1-i)^x$$

5% s'écrit aussi $\frac{5}{100}$ qui s'écrit aussi 0,05

Donc, $i = 5\%$

Ou $i = 0,05$

Facteur multiplicatif:

$$1 - i = 1 - 0,05$$

$$1 - i = 0,95$$

$$y = a(0,95)^x$$

$$f(x) = a(1-i)^x$$

a : est la valeur initial;
i : est le pourcentage;
la base (1- i) : est la diminution;
x : est la fréquence (la répétition).

Exemple 1:

On investit 1 000\$ à un taux d'intérêt $i = 10\%$ par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1+i)^x$.

Alors $f(x) = 1\,000(1,10)^x$ i est annuel, donc x est annuel

Dans 8 ans, le montant investi aura comme valeur:

$$f(8) = 1\,000(1,10)^8 = 2\,143,59\$.$$

Exemple 2:

Une population de 14 500 habitants en 2005 diminue de $i = 3\%$ par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1-i)^x$. i est annuel, donc x est annuel

Alors $f(x) = 14\,500(1 - 0,03)^x = 14\,500(0,97)^x$

Dans 6 ans, la population sera de:

$$f(6) = 14\,500(0,97)^6 = 12\,078,09 \rightarrow 12\,079 \text{ habitants.}$$

Exemple 3:

On investit 1 000\$ à un taux d'intérêt $i = 1,2\%$ par mois.

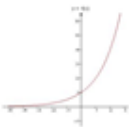
On utilise la formule $f(x) = a(1+i)^x$. i est mensuel, donc x est mensuel

Alors $f(x) = 1\,000(1,012)^x$

Dans 1 an, le montant investit aura comme valeur:

$$f(12) = 1\,000(1,012)^{12} = 1\,153,89\$.$$

Résumé des notions du chapitre 4

Notions chapitre 4	Formules	Résultats
Fonction exponentielle	$f(x) = a(c)^{b(x-h)} + k$ Asymptote : $y = k$ 	Pour tracer la fonction $f(x) = a(c)^{b(x-h)} + k$: 1- L'asymptote $y = k$ 2- Pose $x = 0$ 3- Observer paramètre b et c
Paramètre a	Si négatif →	Réflexion par rapport à l'asymptote $y = k$
Paramètre b	Si négatif →	Réflexion par rapport à l'axe des y
Recherche de la règle d'une fonction exponentielle $f(x) = a(1+i)^x$ où $i\%$ $f(x) = a(1-i)^x$	Pour $f(x) = a(c)^x + k$ 1- $y = k$ 2- Trouver a avec $(0, a+k)$ 3- Une coordonnée pour trouver c	$f(x) = ac^{bx}$ a = Valeur initiale c = le facteur multiplicatif b = Le nombre de périodes (ou de répétition) durant l'unité de temps (b = Unité de temps / temps de la période)

%

GRAPHIQUE

Facteur multiplicatif