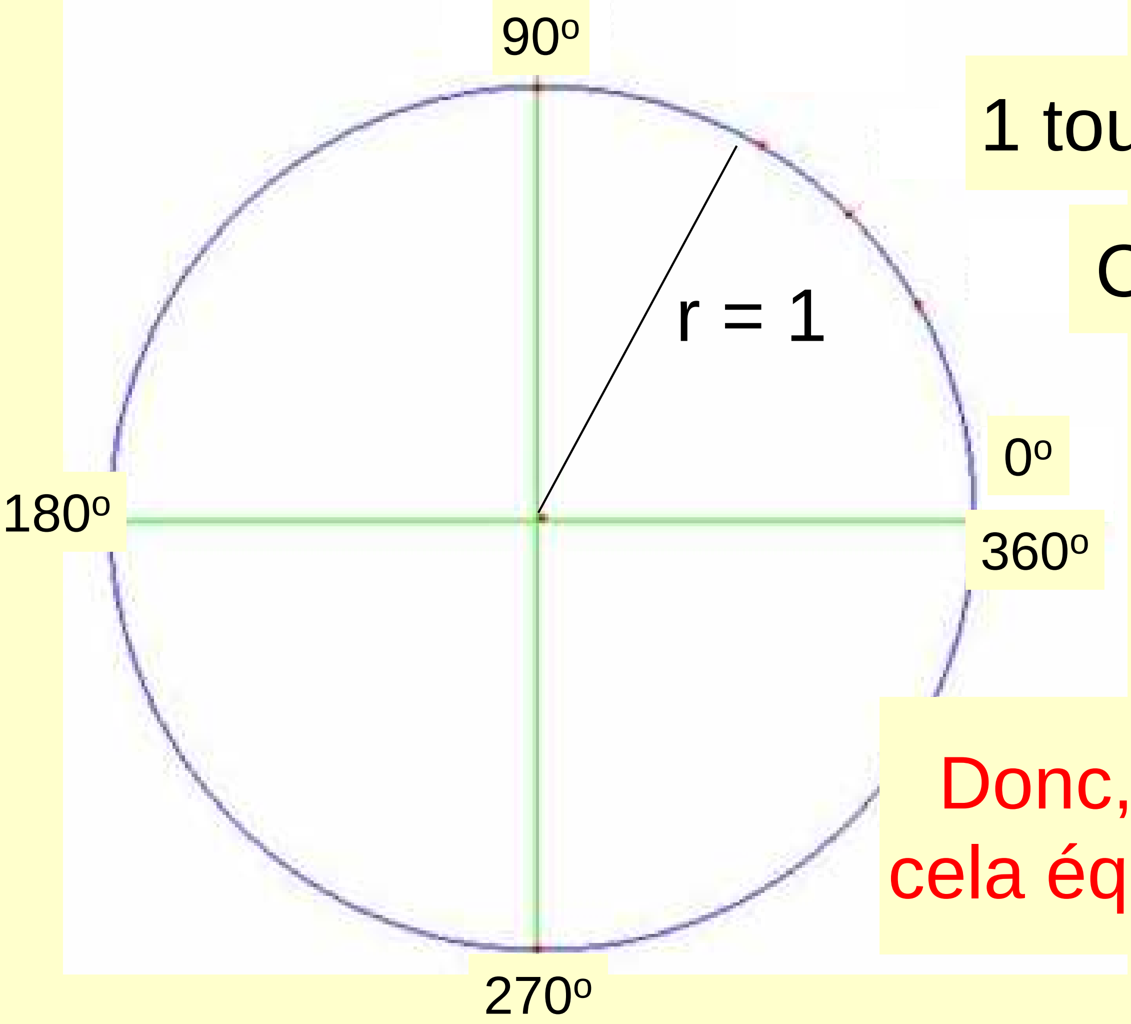
Chapitre 5.2 e degré VS Le radian (angle au centre)



$\boxed{\text{Si rayon = 1}}$

1 tour complet donne 360º

Circonférence: $C = 2\pi r$

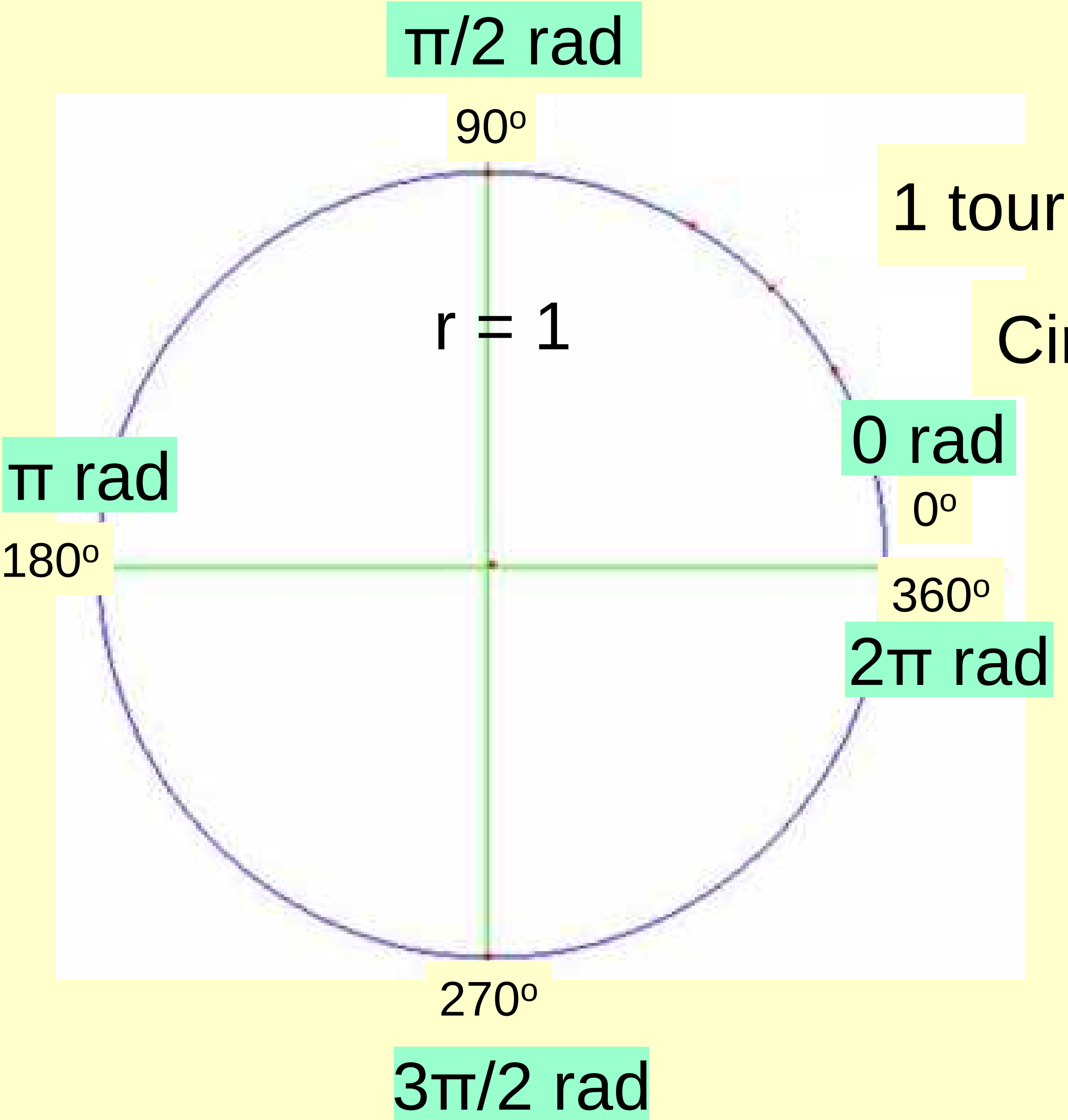
$$C = 2\pi(1)$$

$$C = 2\pi$$

Donc, pour 360º en degré cela équivaut à 2π en radian

Chapitre 5.2

Le radian (angle au centre)



$\boxed{\text{Si rayon} = 1}$

1 tour complet donne 360º

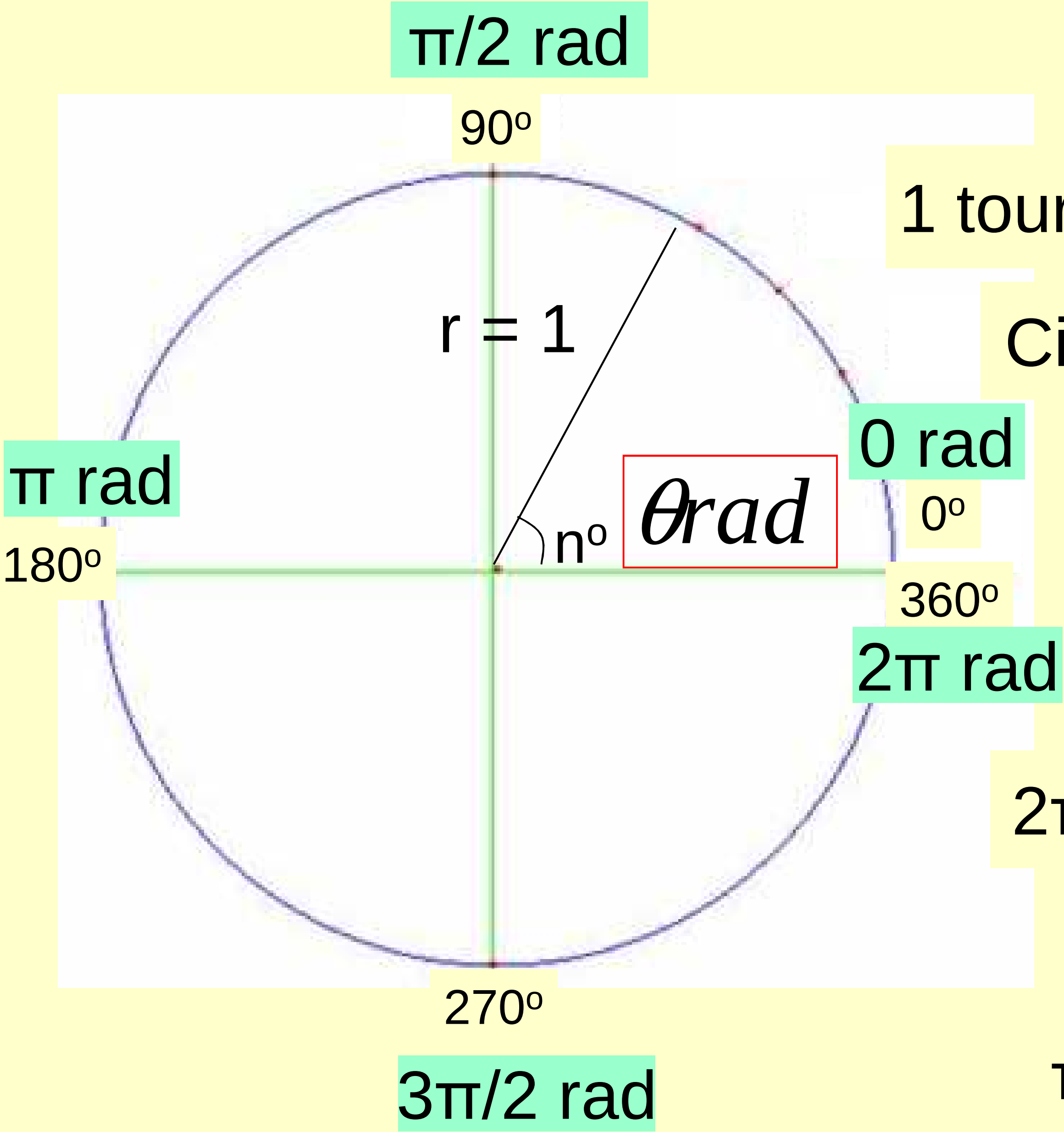
Circonférence: $C = 2\pi r$

$$C = 2\pi(1)$$

$$C = 2\pi$$

Chapitre 5.2

Le radian (angle au centre)



Si rayon = 1

1 tour complet donne 360º

Circonférence: $C = 2\pi r$

$C = 2\pi(1)$

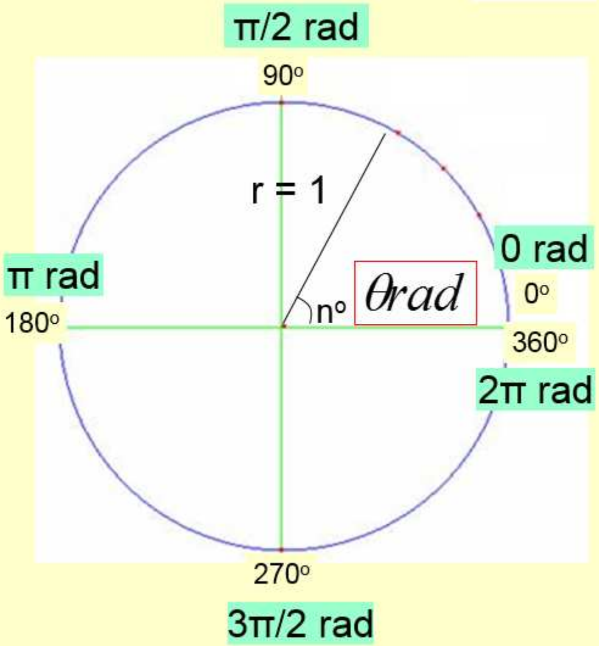
$C = 2\pi$

$2\pi = 360^o$ $\quad \boxed{\dfrac{n^o}{360^o} = \dfrac{\theta rad}{2\pi rad}}$

$\pi = 180^o$ $\quad \boxed{\dfrac{n^o}{180^o} = \dfrac{\theta rad}{\pi rad}}$

Chapitre 5.2

Le radian (angle au centre)



Exemples:

Si n° = 45

$$\frac{n^o}{180^o} = \frac{\theta rad}{\pi rad}$$

$$\frac{45^o}{180^o} = \frac{\theta rad}{\pi rad}$$

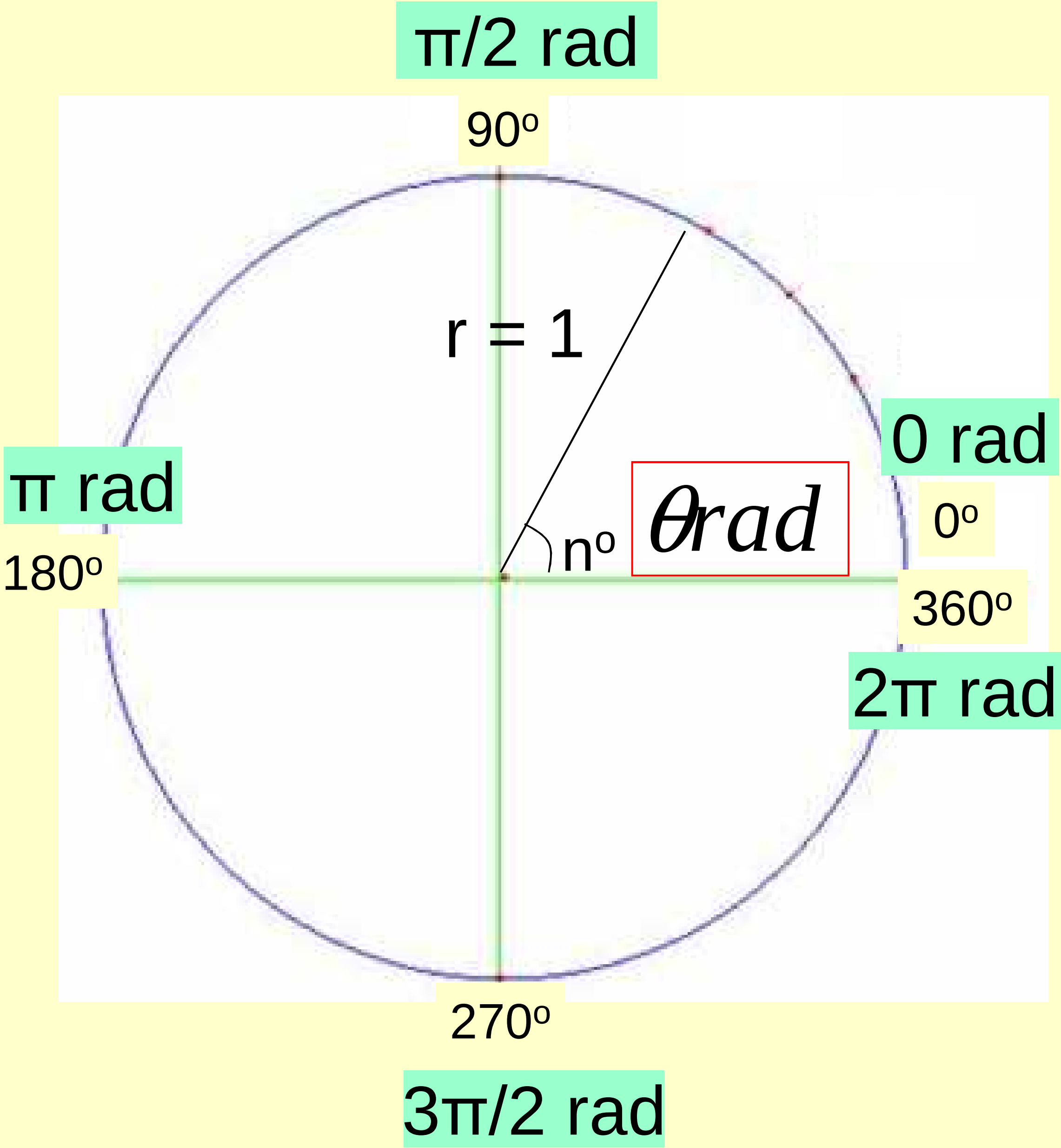
$$\frac{1}{4} = \frac{\theta rad}{\pi rad}$$

$$\frac{\pi}{4} = \theta rad$$

$$\theta rad = \frac{\pi}{4}$$

Chapitre 5.2

Le radian (angle au centre)



Exemples:

Si Ө rad = 5π/3

$$\frac{n^o}{180^o} = \frac{\theta rad}{\pi rad}$$

$$\frac{n^o}{180^o} = \frac{\frac{5\pi}{3} rad}{\pi rad}$$

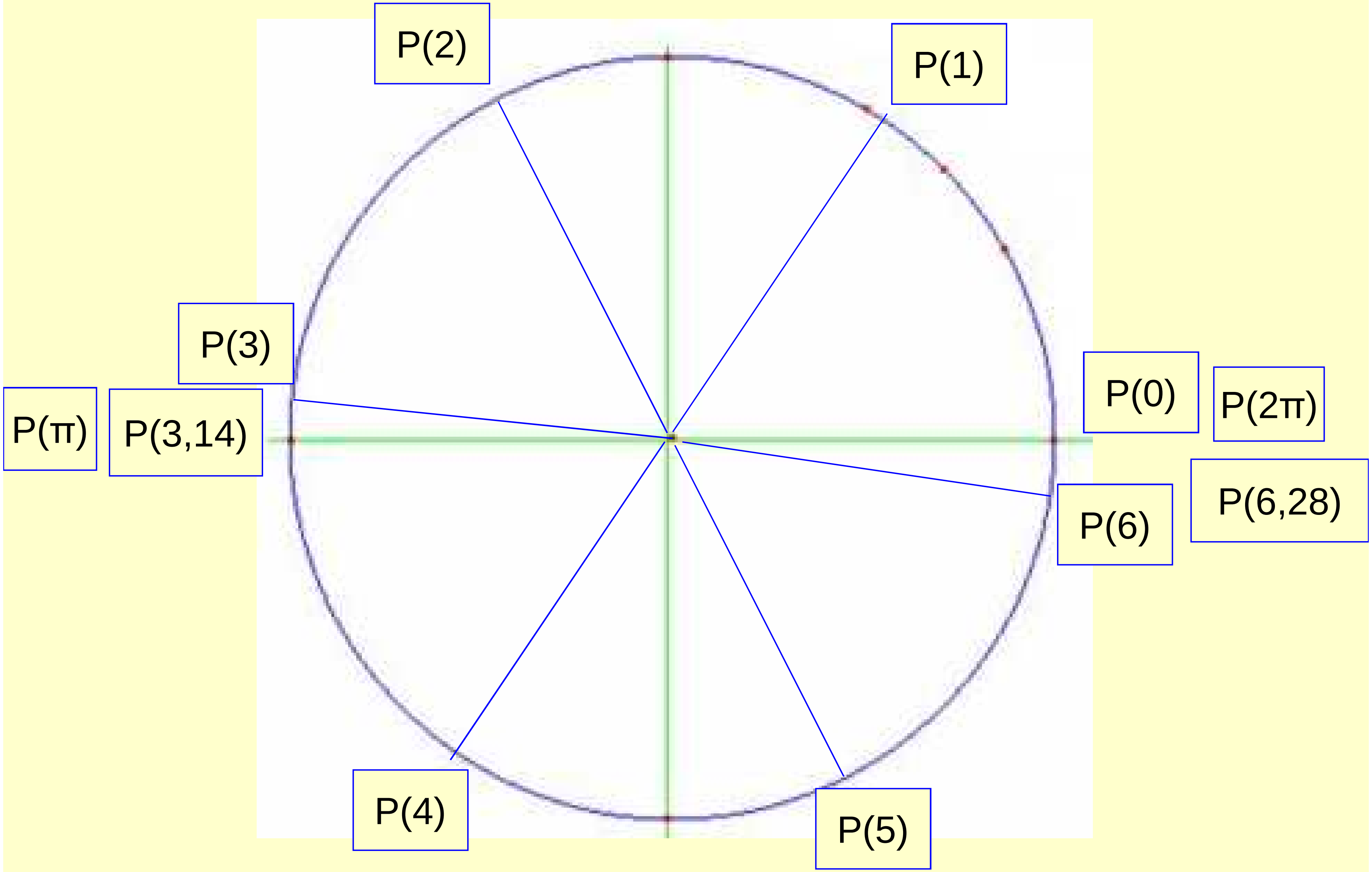
$$\frac{n^o}{180^o} = \frac{5\pi rad}{3\pi rad}$$

$$\frac{n^o}{180^o} = \frac{5}{3} \qquad n^o = 300^o$$

Résumé des notions du chapitre 5

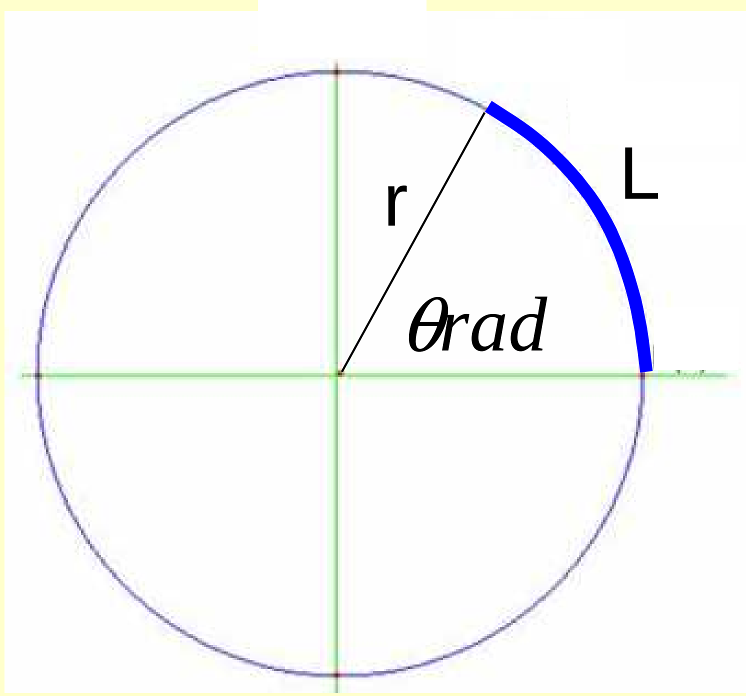
Notions chapitre 5	Formules	Résultats
Rapport trigonométrique	Sin, cos, tan. sec x = 1/cos x cosec = 1/sin x cotan x = 1/tan x	$\boxed{\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$ $\boxed{\cot an\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$
Conversion des mesures	$\boxed{\frac{n^o}{180^o} = \frac{\theta rd}{\pi rd}}$	
Longueur d'un arc de cercle	L = rθ	

$P(2\pi) = P(2 \times 3{,}1416) = P(6{,}28)$



Longueur d'un arc de cercle

$$\frac{L}{C} = \frac{n^o}{360^0}$$



$$\frac{L}{2\pi r} = \frac{n^o}{360^0}$$

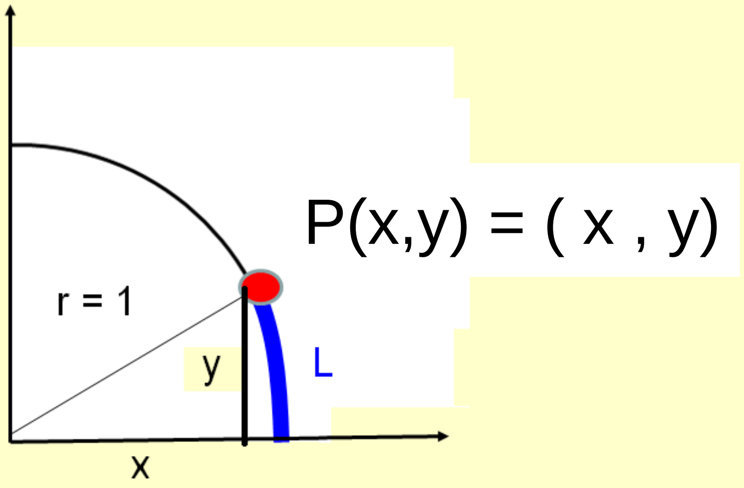
$$\boxed{\frac{n^o}{360^o} = \frac{\theta}{2\pi}}$$

$$\frac{L}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$L = \frac{2\pi r\theta}{2\pi}$$

$$L = r\theta$$

Point trigonométrique (Cercle de rayon = 1)	P(x, y) : notation cartésienne en lien avec $x^2 + y^2 = 1$	*pythagore*
Repérage d'un point trigonométrique	P(t) où t est l'angle. t représente aussi la longueur de l'arc ou l'extrémité de l'arc	$p(\theta)$



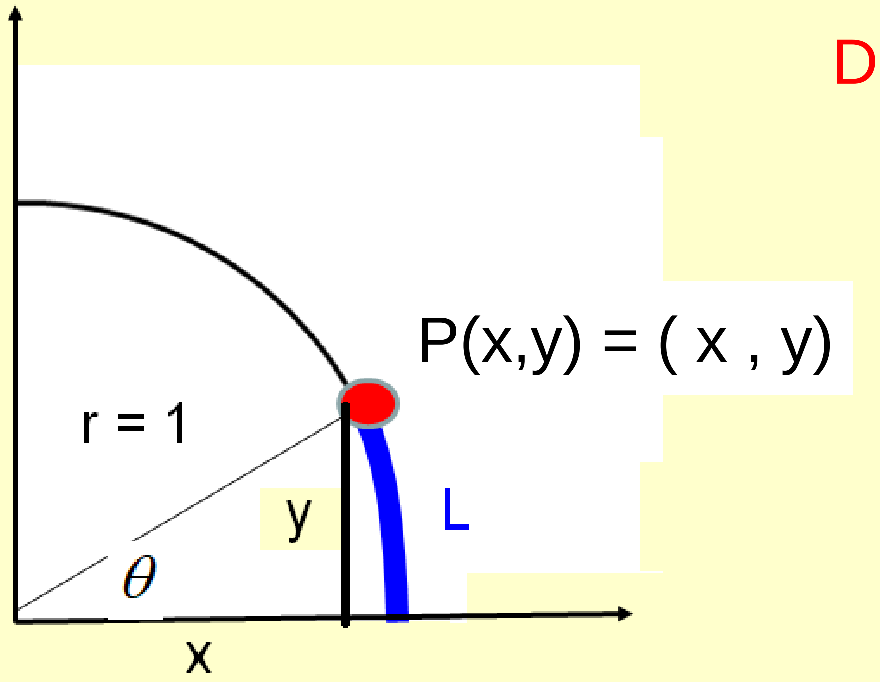
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$1^2 = x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

P(x,y): représente la coordonnée de l'extrémité de l'arc

Coordonnées cartésiennes	P(t) = (cos t, sin t) OU Notation cartésienne P(cos t, sin t)	Permet de trouver la coordonnée sur le cercle trigonométrique



Dans un triangle rectangle

$$\cos\theta^{o} = \frac{a}{h} \qquad \sin\theta^{o} = \frac{o}{h}$$

$$\cos\theta^{o} = \frac{x}{1} \qquad \sin\theta^{o} = \frac{y}{1}$$

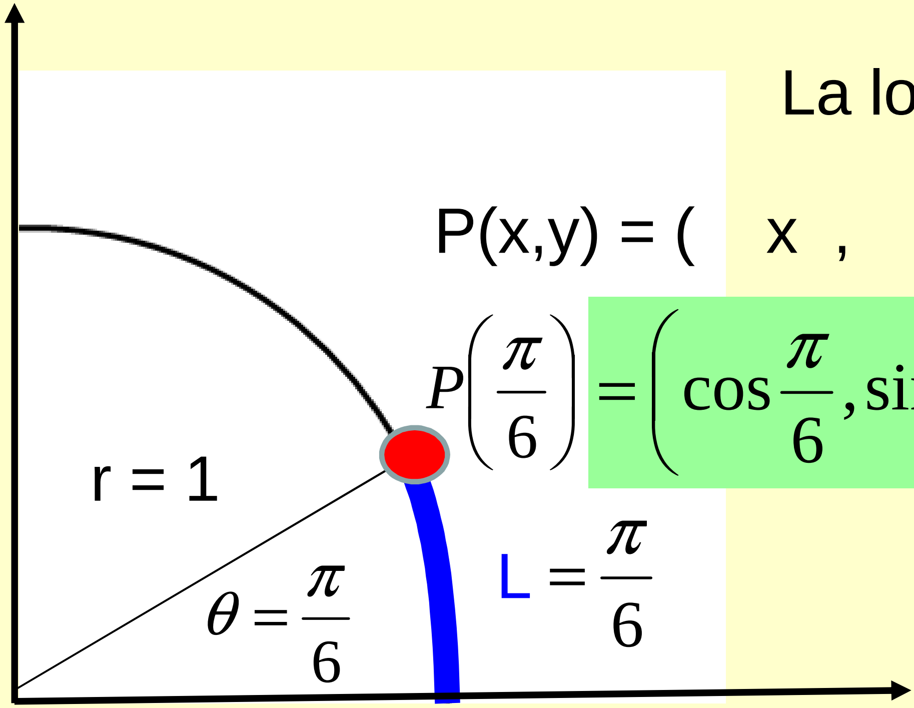
P(Θ) = (cos Θ, sin Θ)

Chapitre 5.2

Cercle trigonométrique

La longueur de l'arc est de $\dfrac{\pi}{6}$

P(x,y) = (x , y)



$$P\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\cos\frac{\pi}{6}, \sin\frac{\pi}{6}\right)$$

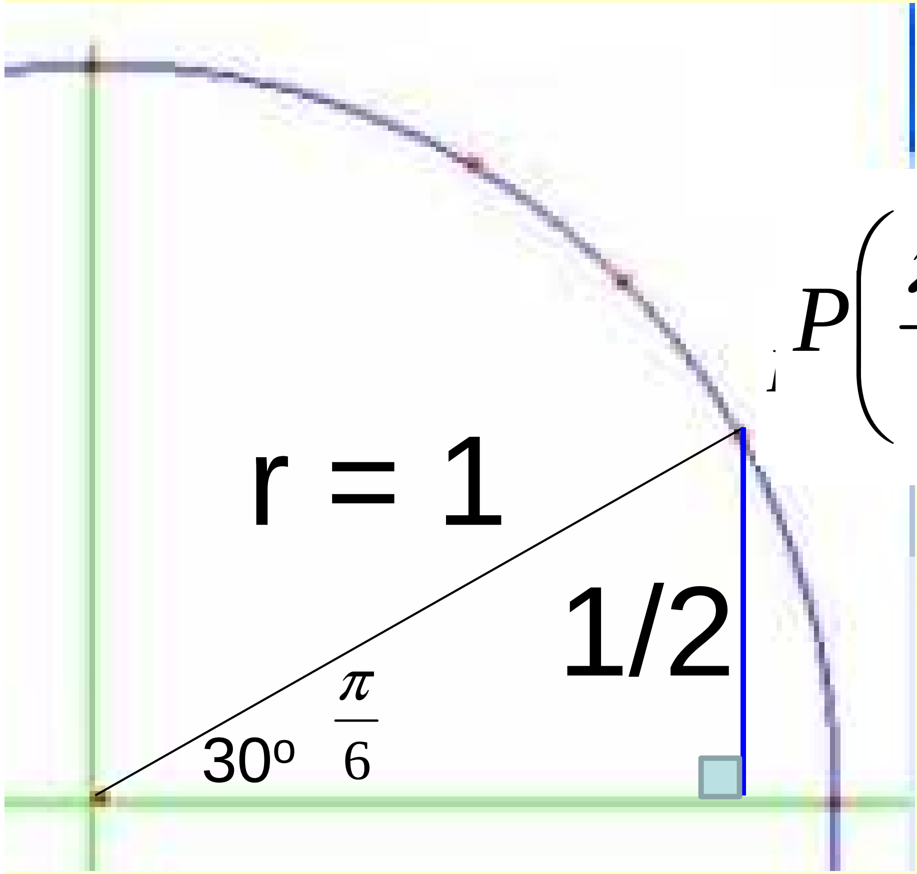
Le point trigonométrique est un point précis sur le cercle.

Ce point trigonométrique correspond à une coordonnée.

Voici le lien entre ces notions:

$$L = \theta \qquad P(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

$$x^2 + y^2 = 1$$



$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$$P\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1$$

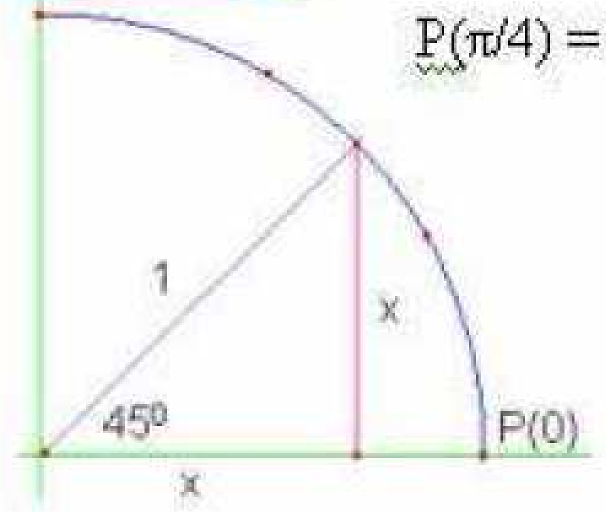
$$x^2+\frac{1}{4}=1 \qquad x^2=\frac{3}{4} \qquad x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse. Cherchons la valeur de y.

Les coordonnées des points trigonométriques

Angle de 45°

$$P(\pi/4) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + x^2 = 1$$

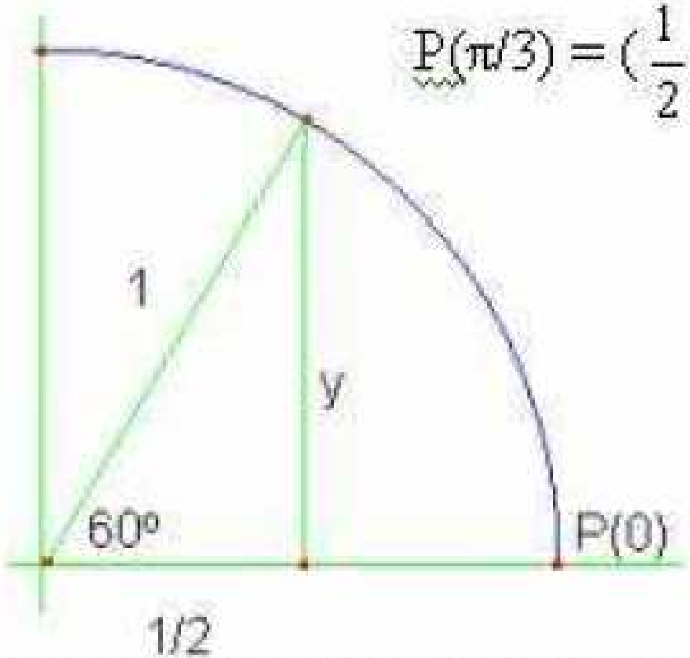
$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Angle de 60°

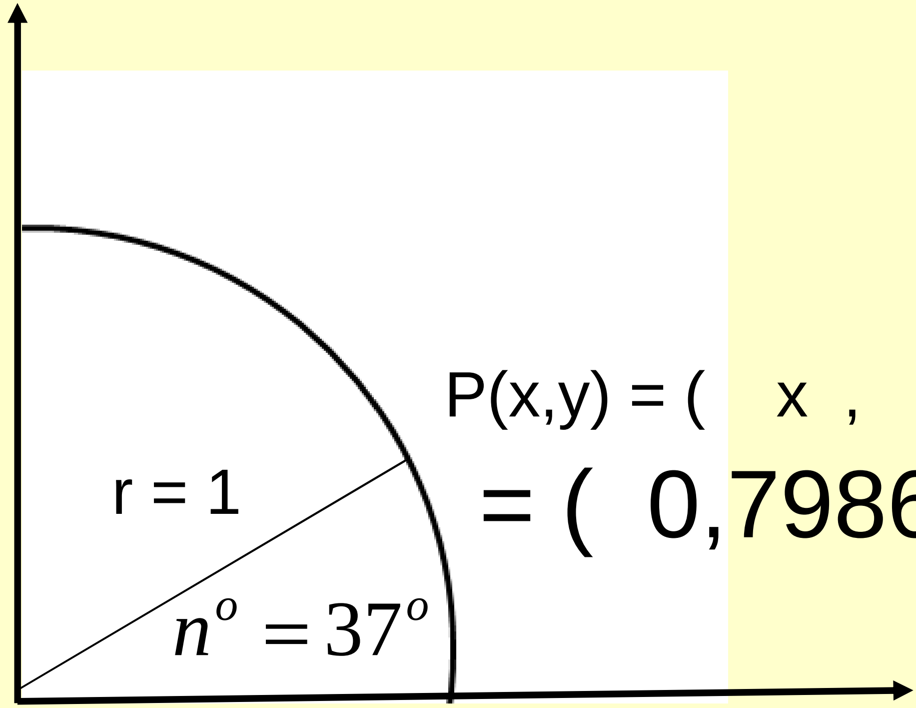


$$P(\pi/3) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse. Cherchons la valeur de y.

Avec Pythagore, $y^2 + (1/2)^2 = 1 \rightarrow y^2 = 1 - 1/4 \rightarrow y^2 = \frac{3}{4} \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exemple



P(x,y) = (x , y)

= (0,7986 ; 0,6018)

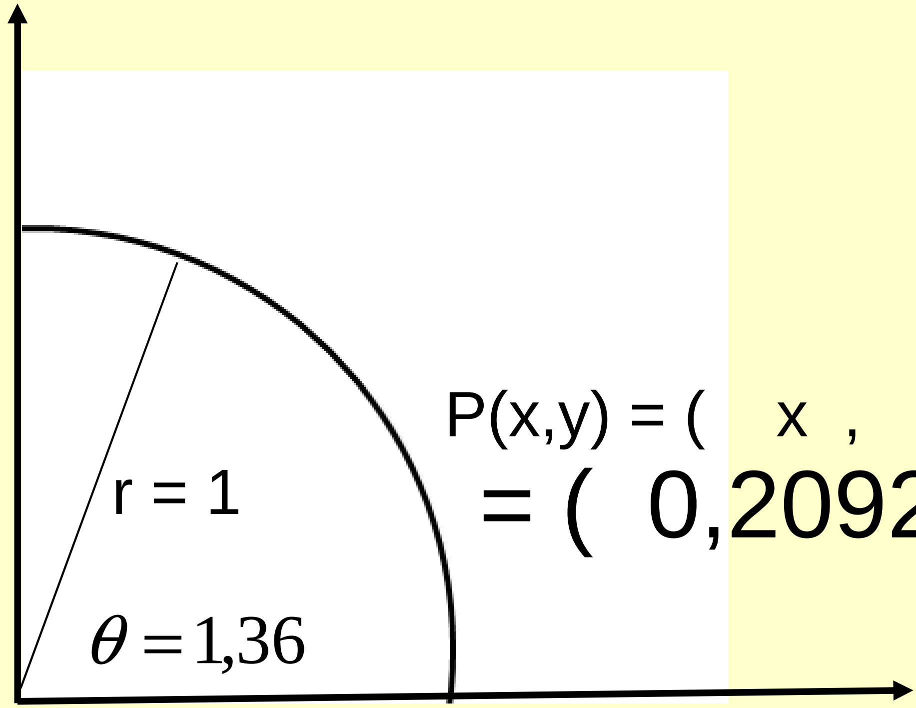
$$x^2 + y^2 = 1$$

$$(0{,}7986)^2 + (0{,}6018)^2 = 1$$

$$P(\theta) \quad = (\cos\theta, \sin\theta) \quad x^2 + y^2 = 1$$

Chapitre 5.2

Exemple



P(x,y) = (x , y)

= (0,2092 ; 0,9779)

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$(0{,}2092)^2 + (0{,}9779)^2 = 1$$

$$P(\theta) \quad = (\cos\theta, \sin\theta) \quad x^2 + y^2 = 1$$

Points trigonométriques

Voici différentes façons d'écrire 2π

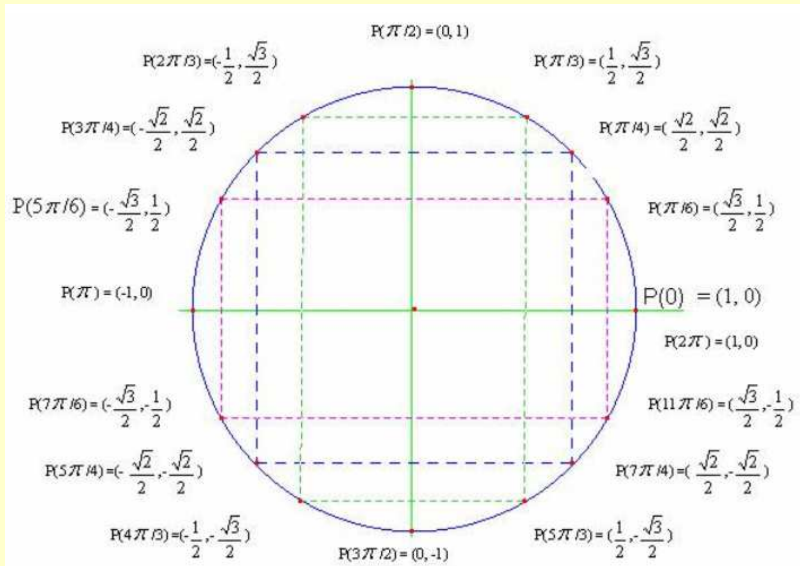
$$2\pi \quad \frac{4\pi}{2} \quad \frac{6\pi}{3} \quad \frac{8\pi}{4} \quad \frac{10\pi}{5}$$

Chapitre 5.2 Points trigonométriques

Dans un cercle trigonométrique, il y a une périodicité.

Plusieurs points donneront la même coordonnée.

8π est équivalent à 2π



Chapitre 5.2

Points trigonométriques

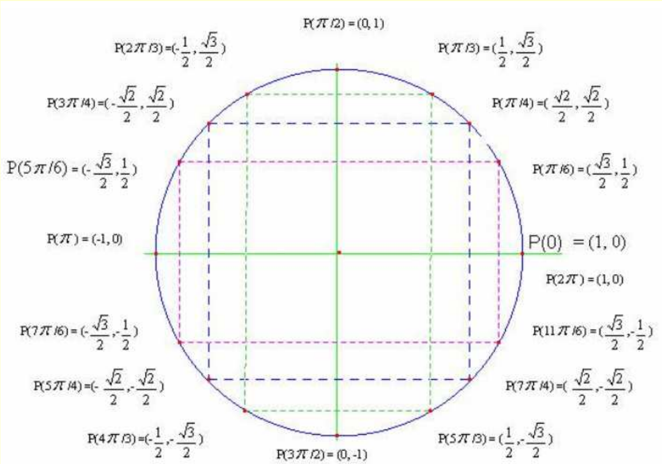
Objectif: pour P(*θ*), trouver le point trigonométrique où 0 ≤ *θ* ≤ 2π

$\boxed{P(\frac{5\pi}{2})}$ $P(\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi}{2})=P(\frac{\pi}{2})$

$\boxed{P(\frac{10\pi}{4})}$ $P(\frac{2\pi}{4}+\frac{8\pi}{4})=P\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\boxed{P(\frac{7\pi}{3})}$ $P(\frac{\pi}{3}+\frac{6\pi}{3})=P\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{P(\frac{19\pi}{4})}$ $P(\frac{3\pi}{4}+\frac{16\pi}{4})=P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$



$\boxed{P(-\frac{7\pi}{4})}$ $P(-\frac{7\pi}{4}+\frac{8\pi}{4})=P\left(\frac{\pi}{4}\right)$

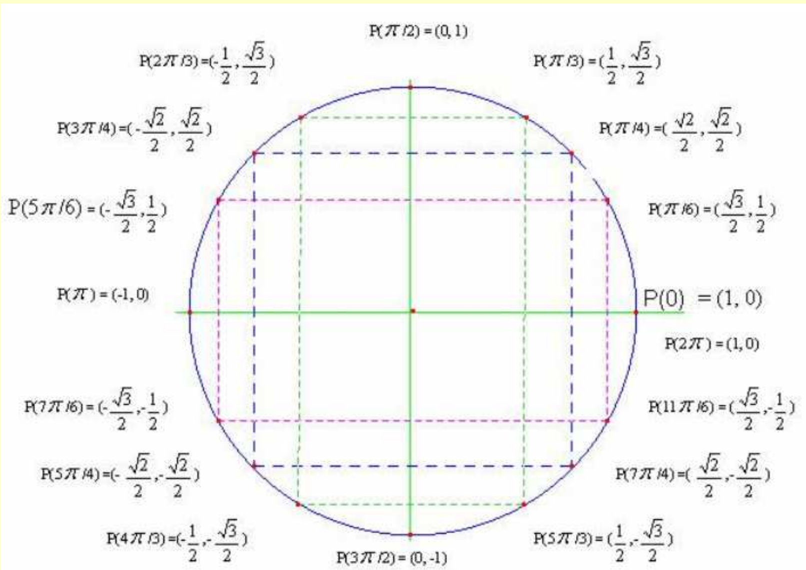
$\boxed{P(-\frac{32\pi}{6})}$ $P(\frac{36\pi}{6}-\frac{32\pi}{6})=P\left(\frac{4\pi}{6}\right)=P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

Tangente

Voici comment trouver la valeur exacte de tangente.

$$\tan\theta = \frac{o}{a}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{o}{h}}{\frac{a}{h}} \qquad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$



Exemple: $\tan\frac{\pi}{3}$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}$$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

Chapitre 5.2

Trouver angle en degré ou en radian

Exemple 1

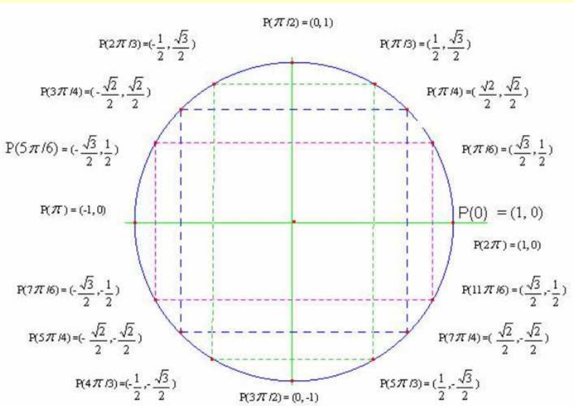
$$P(\theta) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Trouvons θ

En degré

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^{o}$$



En radian

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 1{,}0472\,rad$$

$$\frac{\pi}{3} = 1{,}0472\,rad$$

(fonctionne aussi avec sinus)

Chapitre 5.2

Trouver angle en degré ou en radian

Exemple 2 $P(t)=\left(\frac{3}{5},\frac{-4}{5}\right)$

Trouvons θ

En degré

$$\cos\theta=\frac{3}{5}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=53{,}13^{o}$$

En radian

$$\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=0{,}9273rad$$

$$\frac{n^{o}}{180^{o}}=\frac{0{,}9273}{\pi} \qquad n^{o}=53{,}13^{o}$$