

Chapitre 4.2

Les propriétés des logarithmes

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

Même base

2- Loi du logarithme d'un quotient

3- Loi du logarithme d'une puissance

4- Loi de changement de base

Démonstration

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

$$C^x = M \rightarrow \log_c M = x \quad C^y = N \rightarrow \log_c N = y$$

$$C^x * C^y = MN$$

$$C^{x+y} = MN$$

$$\text{Log}_c MN = x+y$$

$$\text{Log}_c MN = \log_c M + \log_c N$$

Exemple: Développer

$$\begin{aligned}\log_6 6x &= \log_6 6 + \log_6 x \\ &= 1 + \log_6 x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_5 7 + \log_5 9 &= \log_5 (7 \times 9) \\ &= \log_5 63\end{aligned}$$

Chapitre 4.2

Les propriétés des logarithmes

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

Même base

2- Loi du logarithme d'un quotient

$$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$$

Même base

3- Loi du logarithme d'une puissance

4- Loi de changement de base

Démonstration

2- Loi du logarithme d'un quotient

$$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$$

$$C^x = M \rightarrow \log_c M = x \quad C^y = N \rightarrow \log_c N = y$$

$$C^x / C^y = M/N$$

$$C^{x-y} = M/N$$

$$\text{Log}_c M/N = x-y$$

$$\text{Log}_c M/N = \log_c M - \log_c N$$

Exemple: Développer

$$\log_5 \frac{x}{7} = \log_5 x - \log_5 7$$

$$\log_8 x - \log_8 5 = \log_8 \frac{x}{5}$$

Chapitre 4.2

Les propriétés des logarithmes

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

Même base

2- Loi du logarithme d'un quotient

$$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$$

Même base

3- Loi du logarithme d'une puissance

$$\log_c m^n = n \log_c m$$

4- Loi de changement de base

Démonstration

3- Loi du logarithme d'une puissance

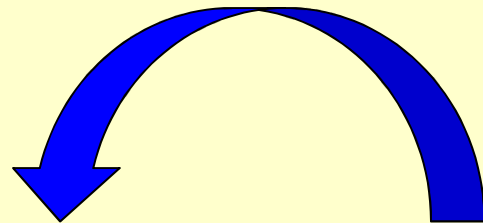
$$\log_c m^n = n \log_c m$$

$$C^x = M \rightarrow \log_c M = x$$

$$(C^x)^n = M^n$$

$$C^{nx} = M^n$$

$$\text{Log}_c M^n = nx$$



$$\text{Log}_c M^n = n \log_c M$$

Exemple: Développer

$$\begin{aligned}\log_2(4 \times 8) &= \log_2(32) \\ &= \log_2 2^5 \\ &= 5 \log_2 2 \\ &= 5 \times 1 \\ &= 5\end{aligned}$$

Logarithmes

Propriété supplémentaire à savoir

$$\text{Log}_c M = \text{Log}_c N \rightarrow M = N$$

Même base

Démonstration

$$\text{Log}_c M = \text{Log}_c N \rightarrow M = N$$

$$\text{Log}_c M = \text{Log}_c N$$

$$\text{Log}_c M - \text{Log}_c N = 0$$

$$\text{Log}_c M/N = 0$$

$$C^0 = M/N$$

$$1 = M/N$$

$$M/N = 1$$

$$M = N$$

Chapitre 4.2

Les propriétés des logarithmes

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

Même base

2- Loi du logarithme d'un quotient

$$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$$

Même base

3- Loi du logarithme d'une puissance

$$\log_c m^n = n \log_c m$$

4- Loi de changement de base

$$\log_c M = \frac{\log M}{\log C}$$

Démonstration

4- Loi de changement de base

$$\log_c M = y \rightarrow c^y = M$$

$$\log_c M = \frac{\log M}{\log C}$$

$$\rightarrow \log c^y = \log M$$

$$\rightarrow y \log c = \log M$$

$$\rightarrow y = \frac{\log M}{\log C}$$

$$\log_c M = \frac{\log M}{\log C}$$

Démonstration

4- Loi de changement de base

$$\log_c x = y \rightarrow c^y = x$$

$$\rightarrow \log_d x$$

$$\rightarrow \text{Log}_d x = \text{Log}_d c^y$$

Loi du logarithme d'une puissance

$$\rightarrow \text{Log}_d x = y \text{Log}_d c$$

$$\frac{\log_d x}{\log_d c} = y$$

$$y = \frac{\log_d x}{\log_d c}$$

$$\log_c x = \frac{\log_d x}{\log_d c}$$

$$\log_c x = \frac{\log x}{\log c}$$