

Objectif du cours:

Fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

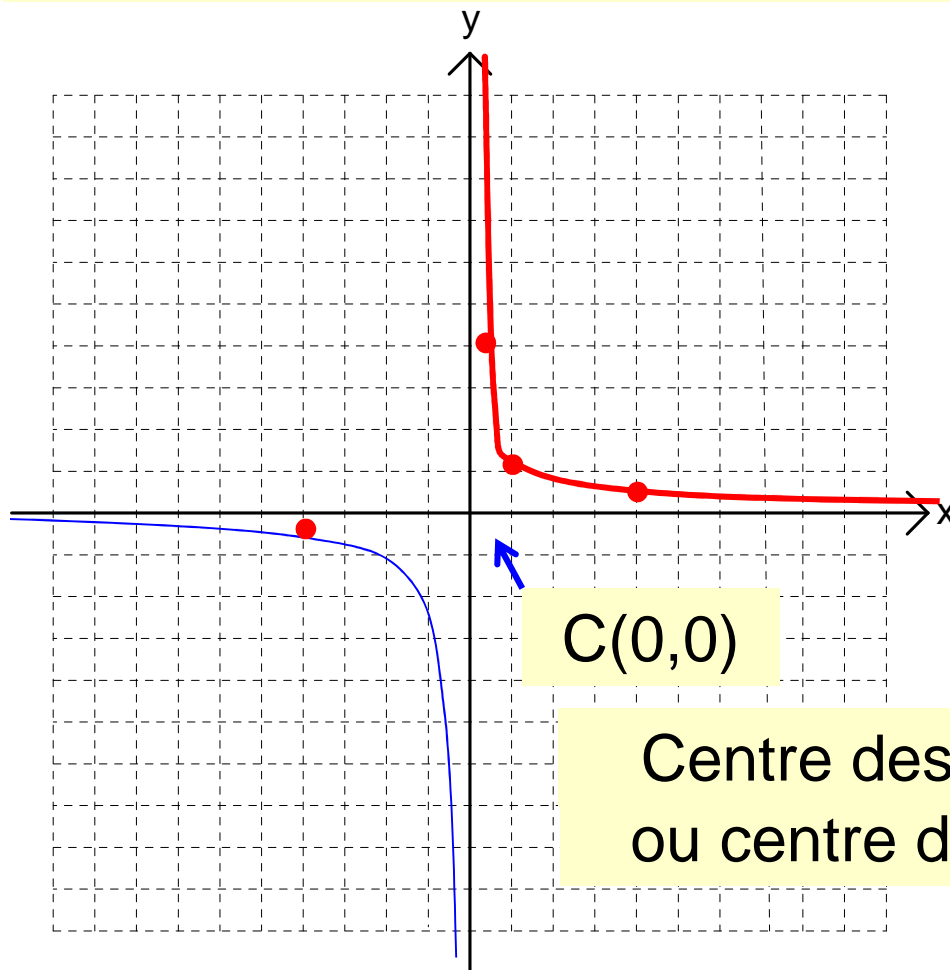
$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Chapitre 2.3

Fonction rationnelle de base

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

x	y
0,25	4
1	1
4	0,25
-4	-0,25



La courbe
(nommée hyperbole)
a deux branches
symétriques.

Centre des asymptotes
ou centre de l'hyperbole

Division euclidienne

Rappel

$$(6x^2 - 7x + 9) \div (2x - 5)$$

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 9 \quad | \quad \underline{2x - 5} \\ \underline{-6x^2 + 15x} \quad , \quad 3x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8x + 9 \\ \underline{-8x + 20} \\ 29 \end{array}$$

$$3x + 4 + \frac{29}{2x - 5}$$

Chapitre 2.3

Transformation

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k \quad \Longrightarrow \quad f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f(x) = \frac{6}{x-4} + 5 \quad \text{Mettre sous le même dénominateur.}$$

$$= \frac{6}{x-4} + \frac{5(x-4)}{x-4}$$

$$= \frac{6 + 5x - 20}{x-4}$$

$$f(x) = \frac{5x - 14}{x - 4}$$

Chapitre 2.3

Transformation

Exemple 1:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-3}$$

Faire une division euclidienne.

$$\begin{array}{r} 2x - 2 \quad | \quad \underline{x - 3} \\ -2x + 6 \quad 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

On ne peut pas faire $4 \div (x - 3)$

$$f(x) = \frac{4}{x-3} + 2$$

Chapitre 2.3

Transformation

Exemple 2:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

$$f(x) = \frac{-6x-17}{2x+8}$$

Faire une division euclidienne.

$$\begin{array}{r} -6x - 17 \quad | \quad \underline{2x + 8} \\ \underline{6x + 24} \quad -3 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$f(x) = \frac{7}{2x+8} - 3$$

$$f(x) = \frac{7}{2(x+4)} - 3$$

$$f(x) = \frac{3,5}{(x+4)} - 3$$

$$(h, k) = (-4, -3)$$

Chapitre 2.3

Tracer une fonction rationnelle

1- Trouvons C(h, k)

$$f(x) = \frac{6x - 19}{2x - 8}$$

$$f(x) = \frac{5}{2x - 8} + 3$$

$$f(x) = \frac{5}{2(x - 4)} + 3$$

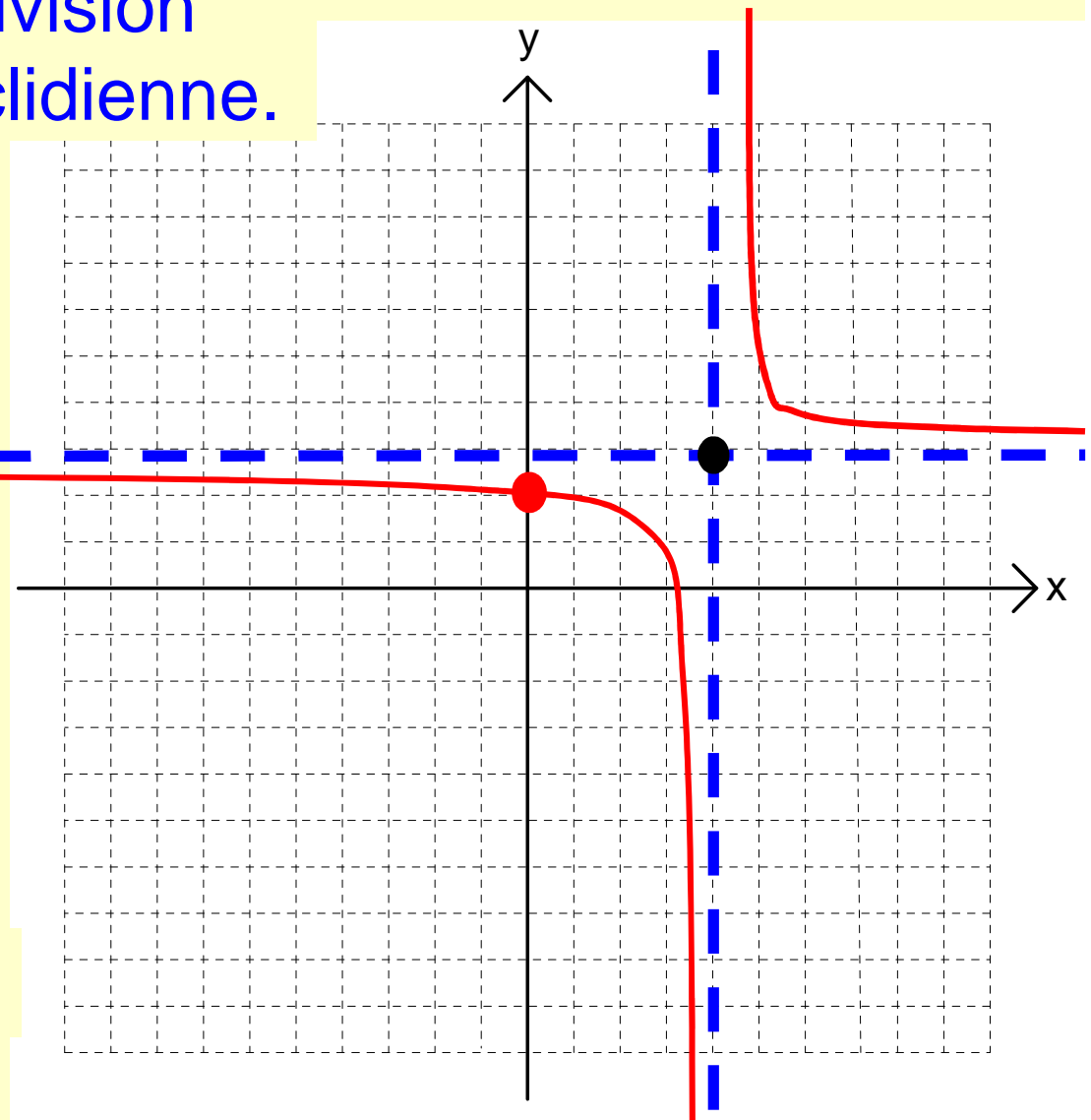
$$C(h, k) = C(4, 3)$$

2- Posons $x = 0$

$$y = 2,375$$

Les asymptotes

division
euclidienne.



Chapitre 2.3

Tracer une fonction rationnelle

Observation

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$f(x) = \frac{6x - 19}{2x - 8} \quad f(x) = \frac{5}{2(x - 4)} + 3 \quad C(h, k) = C(4, 3)$$

Pour trouver le h

$$h = -d/c \quad h = -(-8)/2$$
$$h = 4$$

Pour trouver le k

$$k = a/c \quad k = 6/2$$
$$k = 3$$

Fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{a}{x - h} + k$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Asymptote $x=h$ et $y=k$

Asymptote
 $x = -d/c$ $y = a/c$

Démonstration

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{cx}{1}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{d}{1}$$

$$\begin{array}{r} ax + b \\ - ax - \frac{ad}{c} \\ \hline \end{array} \quad \frac{cx + d}{c}$$

$$f(x) = \frac{\frac{b - ad}{c}}{cx + d} + \frac{a}{c}$$

$$f(x) = \frac{b - ad}{c(cx + d)} + \frac{a}{c}$$

$$b - \frac{ad}{c}$$

$$\frac{b - ad}{c}$$

$$f(x) = \frac{b - ad}{c^2 \left(x + \frac{d}{c}\right)} + \frac{a}{c}$$

Fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{a}{x - h} + k$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Asymptote $x=h$ et $y=k$

Asymptote
 $x = -d/c$ $y = a/c$

Chapitre 2.3

Trouver la règle d'une fonction rationnelle

Fonction rationnelle de centre $C(1,2)$ passant par le point $(4,3)$

$$y = \frac{a}{x-h} + k$$

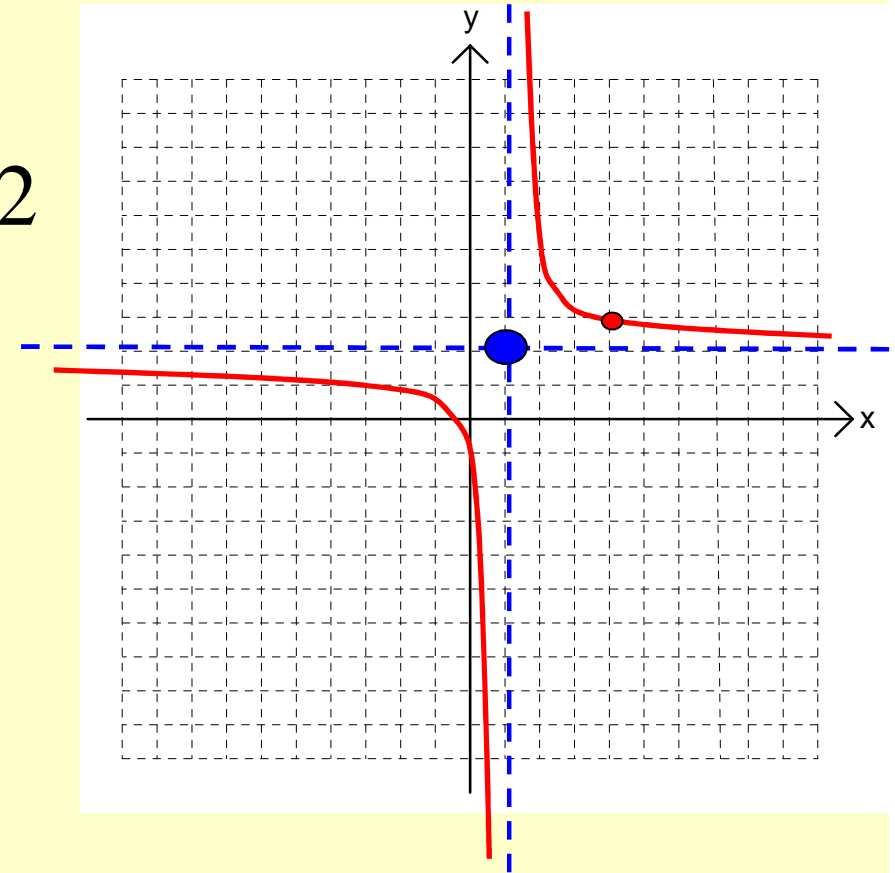
$$y = \frac{a}{x-1} + 2$$

$$3 = \frac{a}{4-1} + 2$$

$$1 = \frac{a}{3}$$

$$3 = a$$

$$y = \frac{3}{x-1} + 2$$



Chapitre 2.3

Résoudre une équation rationnelle

Isoler la variable

$$\frac{28}{2x-5} + 8 = 12$$

$$\frac{28}{2x-5} = 4$$

Produit des extrêmes
égale le produit des moyens

$$28 = 4(2x - 5)$$

$$7 = (2x - 5)$$

$$7 = 2x - 5$$

$$12 = 2x$$

$$x = 6$$

Restriction

$$2x - 5 \neq 0$$

$$2x \neq 5$$

$$x \neq 5/2$$

Chapitre 2.3

Résoudre une équation rationnelle

Trouvez le zéro

$$f(x) = \frac{4x - 5}{3x + 7}$$

$$\frac{4x - 5}{3x + 7} = 0$$

Produit des extrêmes
égale le produit des moyens

$$4x - 5 = 0(3x + 7)$$

$$4x - 5 = 0$$

$$4x = 5$$

$$x = 1,25$$

Restriction

$$3x + 7 \neq 0$$

$$3x \neq -7$$

$$x \neq -7/3$$

Chapitre 2.3

Résoudre une inéquation rationnelle

1- Isoler la variable

$$\frac{4}{x-2} + 2 \geq -3$$

$$\frac{4}{x-2} + 2 = -3$$

$$\frac{4}{x-2} = -5$$

$$4 = -5(x-2)$$

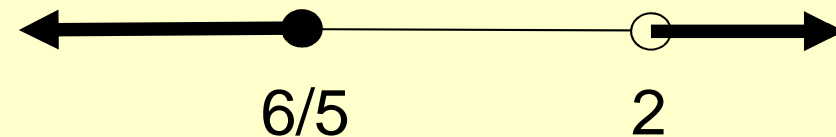
$$4 = -5x + 10$$

$$-6 = -5x \quad x = 6/5$$

2- Restriction

$$x - 2 = 0$$

$$x \neq 2$$



Posons $x=0$

$$\frac{4}{0-2} + 2 \geq -3$$

$$-2 + 2 \geq -3$$

$$0 \geq -3$$

VRAI

$$x \in]-\infty, 6/5] \cup]2, +\infty[$$

Chapitre 2.3

Résoudre une inéquation rationnelle

Explication

$$\frac{4}{x-2} + 2 \geq -3$$

$C(h, k) = C(2, 2)$
Passe à $(0, 0)$

