Objectif du cours:

Fonction racine carrée

**sylvainlacroix.ca**

Chapitre 2.2

Propriétés des radicaux

$x^2 = 25 \quad x = \pm 5$

$$\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

| | |
|---|---|
| $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, sauf si $n$ est pair et $a^m < 0$ | |
| Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$: | $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ |
| Pour $a \geq 0$ et $b > 0$: | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |

Chapitre 2.2 Propriétés des radicaux

# Écrire sous forme de puissance 2

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4}$$
$$= \left(2^4\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= 2^{\frac{4}{3}}$$

| | |
|---|---|
| $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\text{, sauf si } n \text{ est pair et } a^m < 0}$ | |
| Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$ : | $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ |
| Pour $a \geq 0$ et $b > 0$ : | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |

Chapitre 2.2

# Réduire le radicande

- Dans une expression simplifiée, le radicande est généralement présenté de façon qu'il ne peut s'exprimer comme un produit de nombres naturels dont au moins un est un nombre carré supérieur à 1.

*Exemple :* $\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5}$
$= \sqrt{36} \times \sqrt{5}$
$= 6\sqrt{5}$

Il faut trouver un carré parfait

| | |
|---|---|
| $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\text{, sauf si } n \text{ est pair et } a^m < 0$ | |
| Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$ : | $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ |
| Pour $a \geq 0$ et $b > 0$ : | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |

$$\sqrt{50} =$$

$$= \sqrt{25} \times \sqrt{2} \quad = 5\sqrt{2}$$

Chapitre 2.2

# Rationalisation

- Rationaliser une expression écrite sous la forme fractionnaire consiste à transformer le dénominateur irrationnel en un nombre rationnel. Pour ce faire, il faut multiplier l'expression fractionnaire par une fraction-unité appropriée.

Il faut transformer le dénominateur irrationnel en un nombre rationnel. Bref, il faut enlever le radical.

| Rationalisation | Exemple : |
|---|---|
| $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ pour $b > 0$ | $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ |

$$\frac{21}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{21\sqrt{7}}{7} = 3\sqrt{7}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

| | |
|---|---|
| $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, sauf si $n$ est pair et $a^m < 0$ | |
| Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$ : | $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ |
| Pour $a \geq 0$ et $b > 0$ : | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |

Chapitre 2.2

# Conjugué

- Une expression formée de la somme (ou différence) de deux radicaux possède un **conjugué** qui correspond à la différence (ou somme) de ces deux mêmes radicaux.

*Exemples :* 1) Le conjugué de $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ est $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.
2) Le conjugué de $2\sqrt{6} - \sqrt{2}$ est $2\sqrt{6} + \sqrt{2}$.

Différence de deux carrés

$25x^2 - 49 = (5x + 7)(5x - 7)$

Conjugué

$64x^2 - 16 = (8x + 4)(8x - 4)$

Conjugué

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

*Rappel*

$$x^2 - 9$$

$$(\sqrt{x^2} + \sqrt{9})(\sqrt{x^2} - \sqrt{9})$$

$$(x+3)(x-3)$$

*Rappel*

x$^2$ – 25 = (x+5)(x-5)

$$\sqrt{x^2} \quad \sqrt{25}$$

Chapitre 2.2

Conjugué

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$5 - 3 = (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

Conjugué

Chapitre 2.2

Conjugué

Il faut enlever les radicaux au dénominateur.

Multiplions par le conjugué

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} + \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{12} - \sqrt{6}}{\sqrt{12} - \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{6})}{12 - 6}$$

$$= \frac{\sqrt{36} - \sqrt{18}}{12 - 6}$$

$$= \frac{6 - 3\sqrt{2}}{6}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chapitre 2.2

Fonction racine carrée de base

Radical

$$f(x)=\sqrt{x}$$

Radicande
(intérieur du radical)

Chapitre 2.2

Fonction racine carrée de base

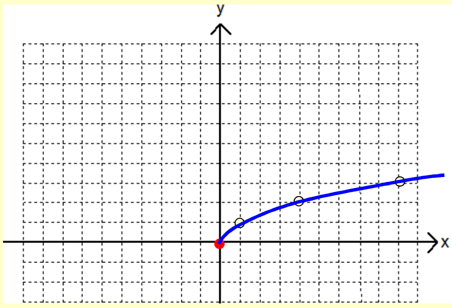
$$f(x)=\sqrt{x}$$

1) Faire une table de valeurs

$$f(x)=\sqrt{x} \qquad x\geq 0$$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 4 | 2 |
| 9 | 3 |

$$domf\ :[0,+\infty[$$
$$imaf\ :[0,+\infty[$$




Si x < 0
x = -4

$$\cancel{f(x)=\sqrt{-4}}$$ ERREUR

Explication

$$f(x) = \sqrt{-4}$$

$$y = \sqrt{-4}$$

$$y^2 = -4$$

$$y \times y = -4$$

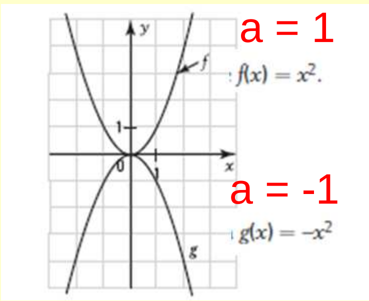
Est-ce possible d'avoir une valeur qui, multipliée par elle-même, donne une valeur négative?

NON

Chapitre 2.2

Paramètres a et b

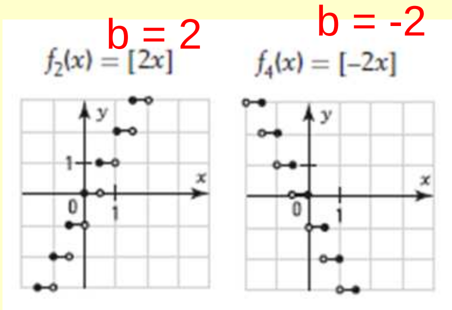
Signe du paramètre a: réflexion par rapport à l'axe des x.




a = 1

a = -1

Signe du paramètre b: réflexion par rapport à l'axe des y.



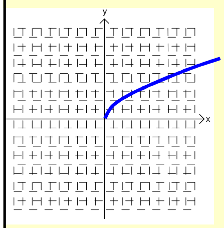
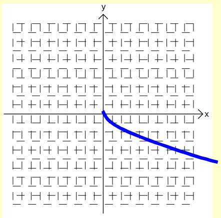
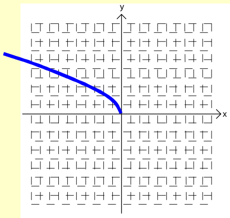
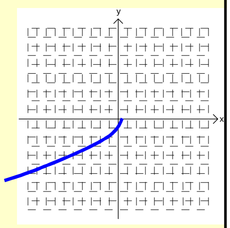

b = 2

b = -2

Chapitre 2.2

## Paramètres a et b

$$f(x) = a\sqrt{bx}$$

| $f(x)=\sqrt{x}$ | $f(x)=-\sqrt{x}$ | $f(x)=\sqrt{-x}$ | $f(x)=-\sqrt{-x}$ |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| a > 0<br>b > 0 | a < 0<br>b > 0 | a > 0<br>b < 0 | a < 0<br>b < 0 |

Chapitre 2.2

## Tracer une fonction racine carrée

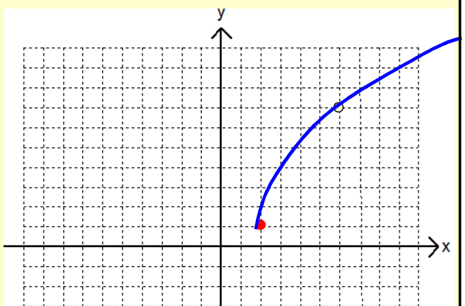
$$f(x) = 3\sqrt{x-2}+1$$

1) Trouver le sommet (h, k)

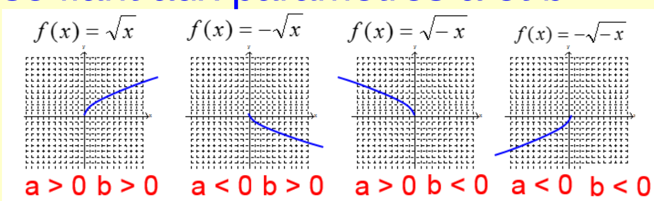
(h, k) = (2, 1)

2 a) Table de valeur

| x | y |
|---|---|
| 6 | 7 |




2 b) Ou en se fiant aux paramètres a et b



Chapitre 2.2 — Tracer une fonction racine carrée

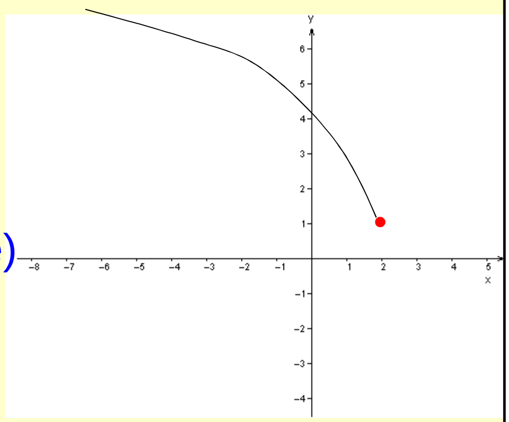
Exemple: $f(x)=2\sqrt{-3x+6}+1$

1) trouvons le sommet

$f(x)=2\sqrt{-3x+6}+1$

$f(x)=2\sqrt{-3(x-2)}+1$

(h, k) = (2, 1)



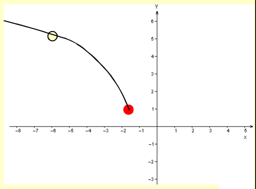
2) a positif (en haut)
b négatif (à gauche)

Chapitre 2.2 — Trouver la règle d'une fonction racine carrée

1- Il nous faut un sommet et un point

$S(-2,1)$ $P(-6,7)$

$f(x)=a\sqrt{b(x-h)}+k$



2- Paramètre b

b = 1 vers la droite
b = -1 vers la gauche

$f(x)=a\sqrt{-(x-h)}+k$

3- Sommet (h, k)

$f(x)=a\sqrt{-(x+2)}+1$

4- Paramètre a

À l'aide d'un point

$7=a\sqrt{-(-6+2)}+1$

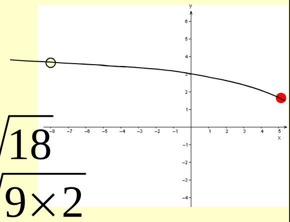
$7=a\sqrt{4}+1$

a = 3

$$f(x)=3\sqrt{-(x+2)}+1$$

Chapitre 2.2 Trouver la règle d'une fonction racine carrée

Exemple



$$S(5,3) \quad P(-13,5)$$

$$f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$$

b = -1 vers la gauche

$$f(x) = a\sqrt{-(x-h)} + k$$

(h, k) = (5,3)

$$f(x) = a\sqrt{-(x-5)} + 3$$

Paramètre a

À l'aide d'un point

$$5 = a\sqrt{-(-13-5)} + 3$$

$$2 = a\sqrt{18}$$

$$2 = a\sqrt{9\times 2}$$

$$2 = a3\sqrt{2}$$

$$a = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{2}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{2\sqrt{2}}{6} \qquad a = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Chapitre 2.2 Trouver la règle d'une fonction racine carrée

$$f(x) = a\sqrt{-(x-5)} + 3 \qquad a = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{-(x-5)} + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{2\times(-(x-5))} + 3$$

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{-2(x-5)} + 3}$$

Chapitre 2.2

Résoudre une équation racine carrée

Isolez la racine carrée

$$-5\sqrt{3(x-4)}+6=-9$$

$$-5\sqrt{3(x-4)}=-15$$

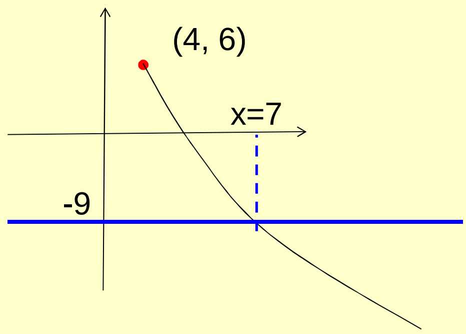
$$\sqrt{3(x-4)}=3$$

Une racine carrée est toujours positive. Si c'est négatif, on arrête, car c'est impossible.

$$3(x-4)=9$$

$$x-4=3$$

$$x=7$$




Chapitre 2.2

Résoudre une inéquation racine carrée

$$-3\sqrt{x-4}-5>-20$$

1- Isolez la racine carrée

$$-3\sqrt{x-4}-5>-20$$

$$-3\sqrt{x-4}>-15$$

$$\sqrt{x-4}<5$$

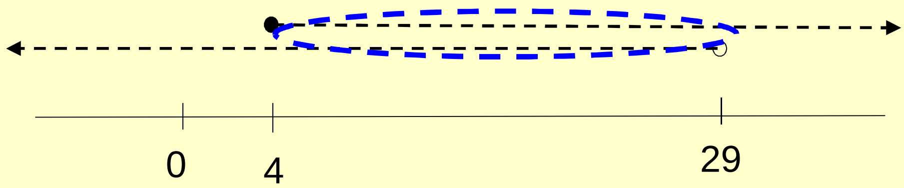
**2- Il y a toujours deux valeurs possibles (avec la restriction du radicande)**

$$\sqrt{x-4}<5 \qquad x-4\geq 0$$

$$x-4<25 \qquad x\geq 4$$

$$x<29$$

**Là où les deux lignes se croisent.**




L'ensemble-solution est x e [4, 29[

Chapitre 2.2

Résoudre une inéquation racine carrée

# Cas particulier #1

1- Isolez la racine carrée

$$2\sqrt{x-3}-7 \geq -15$$

$$2\sqrt{x-3} \geq -8$$

$$\sqrt{x-3} \geq -4$$

**Le radical ne peut pas donner un nombre négatif. On ne peut pas poursuivre.**

**2- Par contre, il est possible de trouver une valeur de x pour que l'inéquation fonctionne.**

**Il suffit de vérifier le radicande afin qu'il soit ≥ 0**

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

L'ensemble-solution est x e [3, +∞[

Chapitre 2.2

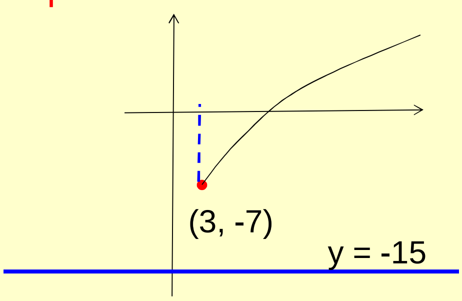
Résoudre une inéquation racine carrée

# Cas particulier #1

Représentons graphiquement cette situation afin de bien comprendre.

$$2\sqrt{x-3}-7 \geq -15$$

$$f(x) = 2\sqrt{x-3}-7$$




Donc, c'est ≥ -15 à partir de x=3.

L'ensemble-solution est x e [3, +∞[

Chapitre 2.2

Résoudre une inéquation racine carrée

1- Isolez la racine carrée

# Cas particulier #2

$$-4\sqrt{x-2}+3\geq 11$$

$$-4\sqrt{x-2}\geq 8$$

$$\sqrt{x-2}\leq -2$$

**Impossible de trouver une racine carrée qui donnera un résultat négatif.**

**Aucune solution**