

Histoire

Pythagore de Samos est né à Samos en 580 avant Jésus-Christ et est décédé en Italie en 500 avant Jésus-Christ. C'était un philosophe grec qui a beaucoup contribué à faire avancer les mathématiques, l'astronomie et la musique.

Connaissances antérieures

1. Aire d'un carré

La formule de l'aire d'un carré ayant une base de C unités et une hauteur de C unités sera $C \times C$ qui donnera :

$$A = C^2$$

2. Triangle rectangle

Un triangle rectangle possède un **angle de 90°**.

Les deux côtés formant l'angle droit se nomment des **cathètes**.

Le troisième côté se nomme **l'hypoténuse**.

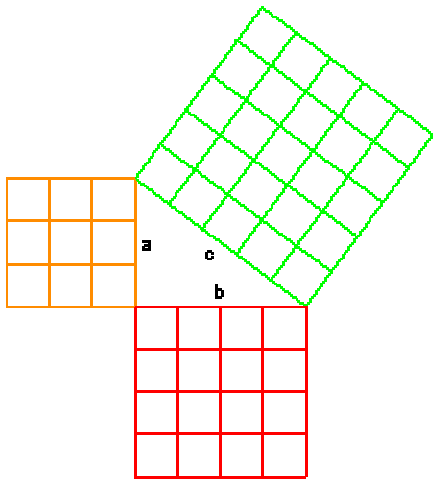
La **valeur de l'hypoténuse** est toujours **plus grande** que la **valeur des cathètes**.

Définition du théorème de Pythagore

Il est **important** de noter que le théorème de Pythagore **fonctionne uniquement** dans un **triangle rectangle**.

Il existe une relation entre la mesure des trois côtés d'un triangle rectangle :

La somme des carrés des deux côtés formant l'angle droit (les deux cathètes a et b) est égale au carré de l'hypoténuse du triangle (le côté c). Voir la figure ci-dessous.



La formule est la suivante:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

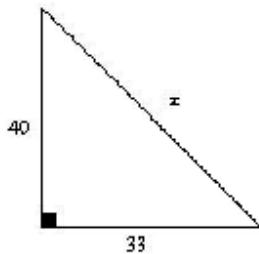
Selon l'exemple, $5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16 \rightarrow 25 = 25$ *C'est exact*

Formules

Prenez toujours la formule de base $c^2 = a^2 + b^2$.

Exemple

Dans la figure ci-dessous, quelle est la valeur de x?



Nous sommes en présence d'un triangle rectangle. Nous cherchons l'hypoténuse :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 40^2 + 33^2$$

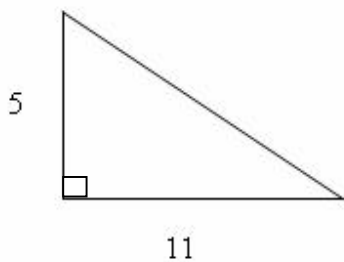
$$c^2 = 2689 \rightarrow c = \sqrt{2689} \rightarrow c = 51,86.$$

Triplet pythagoricien

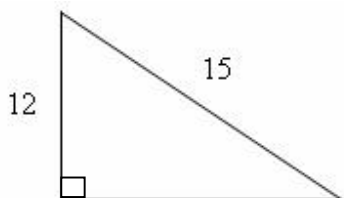
Tout triplet de **nombres entiers** (a,b,c) qui valide l'équation $c^2 = a^2 + b^2$ se nomme triplet pythagoricien. Autrement dit, a, b et c sont les côtés d'un triangle rectangle.

Exercices

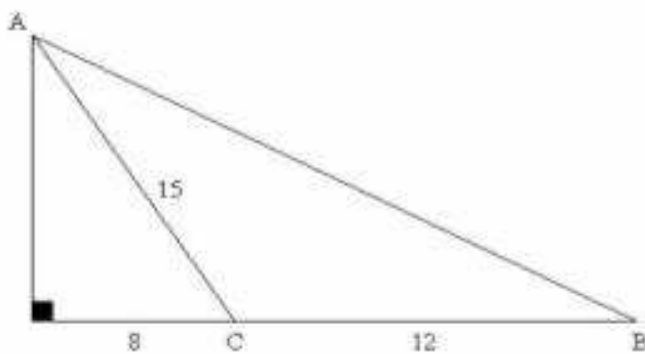
1. Un triangle dont les côtés mesurent 10, 15 et 20 cm est-il un triangle rectangle ?
2. Quelle est la valeur de la mesure manquante de ce triangle rectangle?



3. Quelle est la valeur de la mesure manquante de ce triangle rectangle?



4. Quelle est la valeur du segment AB?



Solutions

1. Cela se résout avec le triplet pythagoricien. $20^2 \neq 10^2 + 15^2$.

Alors $400 \neq 325$. Donc, ce n'est pas un triangle rectangle.

2. Nous cherchons l'hypoténuse. Utilisons la formule $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = 5^2 + 11^2 \rightarrow \text{Cela donne } c = 12,08.$$

3. Nous cherchons une cathète. Cela peut être la variable a ou b. Prenons la formule $c^2 = a^2 + b^2$. Si $c=15$ et $a=12$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$15^2 = 12^2 + b^2$$

$$225 = 144 + b^2$$

$$81 = b^2$$

$$b=9$$

4. Commençons par trouver la hauteur de ce triangle. Nous avons la valeur AC qui est 15 et la base du petit triangle rectangle qui est 8. Avec la formule $c^2 = a^2 + b^2$, nous avons $a=12,6886$. Maintenant, pour trouver l'hypoténuse AC, nous allons prendre la formule $c^2 = a^2 + b^2$. La hauteur sera 12,6886 et la base sera $8+12=20$.

$$c= 23,6854.$$