

Objectif du cours:

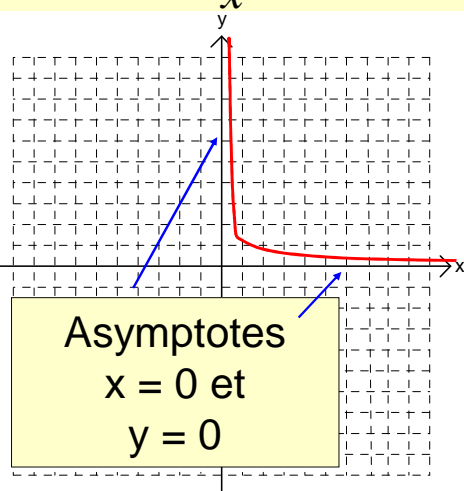
Fonction rationnelle

sylvainlacroix.ca

Reconnaître la variation inverse

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

$$f(x) = \frac{100}{x}$$



x	y
1	100
2	50
4	25
10	10

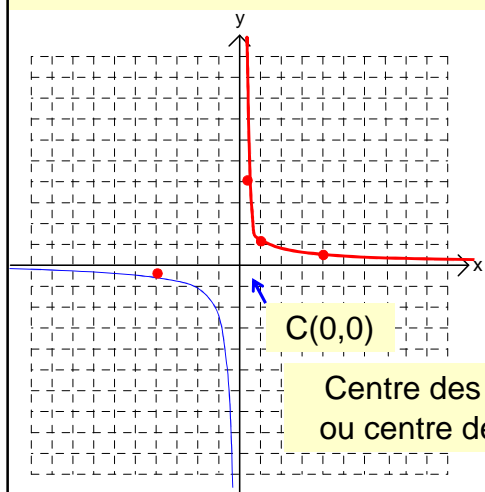
Réactivation

Chapitre 2.3

Fonction rationnelle de base

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

x	y
0,25	4
1	1
4	0,25
-4	-0,25



La courbe
(nommée hyperbole)
a deux branches
symétriques.

Division euclidienne

Rappel

$$(6x^2 - 7x + 9) \div (2x - 5)$$

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 9 \quad | \quad 2x - 5 \\ \underline{-6x^2 + 15x} \quad \quad 3x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8x + 9 \\ \underline{-8x + 20} \\ 29 \end{array}$$

$$3x + 4 + \frac{29}{2x - 5}$$

Chapitre 2.3

Transformation

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k \quad \Longrightarrow \quad f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f(x) = \frac{6}{x-4} + 5 \quad \text{Mettre sous le même dénominateur.}$$

$$= \frac{6}{x-4} + \frac{5(x-4)}{x-4}$$

$$= \frac{6+5x-20}{x-4}$$

$$f(x) = \frac{5x-14}{x-4}$$

Chapitre 2.3

Transformation

Exemple 1:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \Longrightarrow \quad f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-3} \quad \text{Faire une division euclidienne.}$$

$$\begin{array}{r} 2x - 2 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{-2x + 6} \quad 2 \\ 4 \end{array}$$

On ne peut pas faire $4 \div (x-3)$

$$f(x) = \frac{4}{x-3} + 2$$

Chapitre 2.3

Transformation

Exemple 2:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \Longrightarrow \quad f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

$$f(x) = \frac{-6x-17}{2x+8} \quad \text{Faire une division euclidienne.}$$

$$\begin{array}{r} -6x - 17 \quad | \quad 2x + 8 \\ \underline{6x + 24} \quad -3 \end{array}$$

$$f(x) = \frac{7}{2x+8} - 3$$

$$f(x) = \frac{7}{2(x+4)} - 3$$

$$f(x) = \frac{3,5}{(x+4)} - 3$$

Si on cherche la valeur de h...

Chapitre 2.3

Tracer une fonction rationnelle

1- Trouvons C(h, k)

Les asymptotes

$$f(x) = \frac{6x-19}{2x-8} \quad \text{division euclidienne.}$$

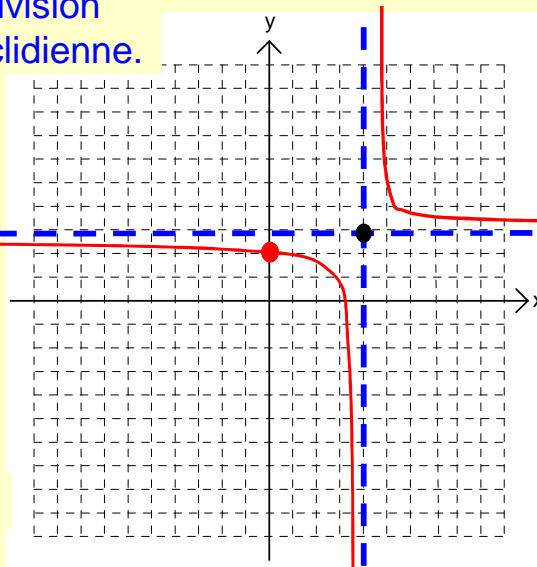
$$f(x) = \frac{5}{2x-8} + 3$$

$$f(x) = \frac{5}{2(x-4)} + 3$$

$$C(h, k) = C(4, 3)$$

2- Posons x = 0

$$y = 2,375$$



Chapitre 2.3

Tracer une fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Observation

$$f(x) = \frac{6x-19}{2x-8} \quad f(x) = \frac{5}{2(x-4)} + 3 \quad C(h, k) = C(4, 3)$$

Pour trouver le h $h = -d/c$ $h = -(-8)/2$
 $h = 4$

Pour trouver le k $k = a/c$ $k = 6/2$
 $k = 3$

Fonction rationnelle	$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$	Asymptote $x=h$ et $y=k$ Asymptote $x = -d/c$ $y = a/c$
----------------------	---	---

Démonstration

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \frac{a}{c} \times \frac{cx}{1} \quad \frac{a}{c} \times \frac{d}{1}$$

$$\begin{array}{r} ax + b \\ -ax - \frac{ad}{c} \\ \hline b - \frac{ad}{c} \end{array} \quad \frac{cx+d}{a} \quad \frac{a}{c}$$

$$f(x) = \frac{b-ad}{cx+d} + \frac{a}{c}$$

$$f(x) = \frac{b-ad}{c(cx+d)} + \frac{a}{c}$$

$$b - \frac{ad}{c}$$

$$\frac{b-ad}{c}$$

$$f(x) = \frac{b-ad}{c^2 \left(x + \frac{d}{c}\right)} + \frac{a}{c}$$

Fonction rationnelle	$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$	Asymptote $x=h$ et $y=k$ Asymptote $x = -d/c$ $y = a/c$
----------------------	---	---

Chapitre 2.3

Trouver la règle d'une fonction rationnelle

Fonction rationnelle de centre C(1,2) passant par le point (4,3)

$$y = \frac{a}{x-h} + k$$

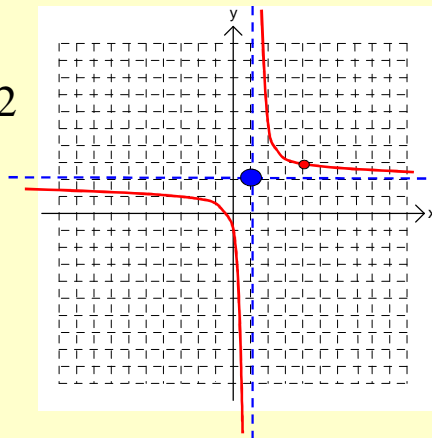
$$y = \frac{a}{x-1} + 2$$

$$3 = \frac{a}{4-1} + 2$$

$$1 = \frac{a}{3}$$

$$3 = a$$

$$y = \frac{3}{x-1} + 2$$



Chapitre 2.3

Résoudre une équation rationnelle

Isoler la variable

$$\frac{28}{2x-5} + 8 = 12$$

$$\frac{28}{2x-5} = 4$$

Produit des extrêmes
égale le produit des moyens

$$28 = 4(2x-5)$$

$$7 = (2x-5)$$

$$7 = 2x - 5$$

Restriction

$$2x - 5 \neq 0$$

$$2x \neq 5$$

$$x \neq 5/2$$

$$12 = 2x$$

$$x = 6$$

Chapitre 2.3 Résoudre une inéquation rationnelle

1- Isoler la variable

$$\frac{4}{x-2} + 2 \geq -3$$

Utilisons l'égalité

$$\frac{4}{x-2} + 2 = -3$$

$$\frac{4}{x-2} = -5$$

$$4 = -5(x-2)$$

$$4 = -5x + 10$$

$$-6 = -5x \quad x = 6/5$$

Restriction

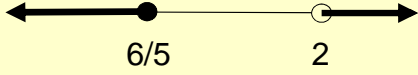
$$x - 2 = 0$$

$$x \neq 2$$

Posons x=0

$$\frac{4}{0-2} + 2 \geq -3$$

$$-2 + 2 \geq -3$$

$$0 \geq -3 \quad \text{VRAI}$$


Chapitre 2.3 Résoudre une inéquation rationnelle

$$\frac{4}{x-2} + 2 \geq -3$$

C(h, k) = C(2, 2)
Passé à (0, 0)

