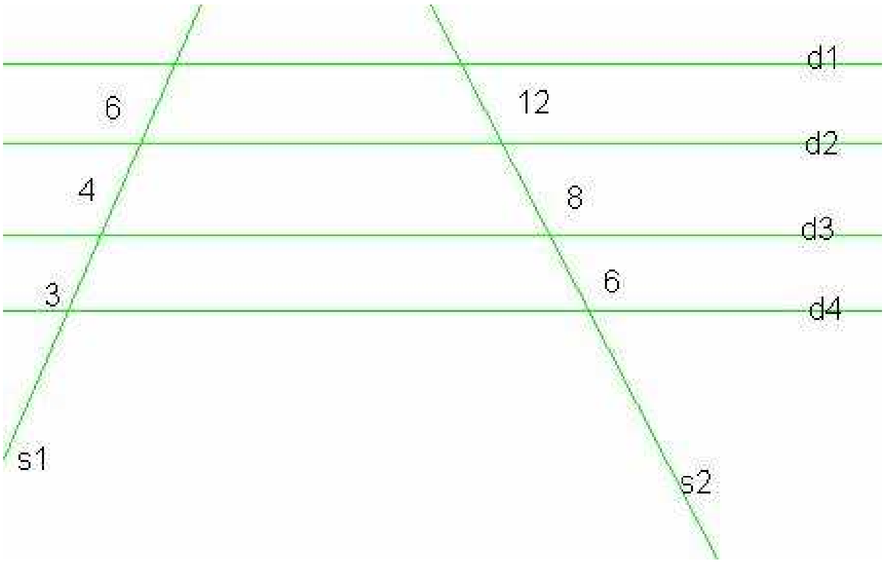
Théorème de Thalès

Définition: Des droites sécantes, coupées par des droites parallèles, sont partagées en segments de longueurs proportionnels.



On peut bâtir n'importe quel proportion avec les valeurs sur une sécante, on obtiendra toujours la même proportion avec les valeurs sur l'autre sécante.

Par exemple:

Avec la sécante s1, on prend la proportion 6/4 qui sont les valeurs entre les droites d1 et d3

De l'autre côté avec la sécante s2 et les segments entre d1 et d3, on obtient 12/8

Ainsi 6/4 = 12/8 et c'est la même proportion.

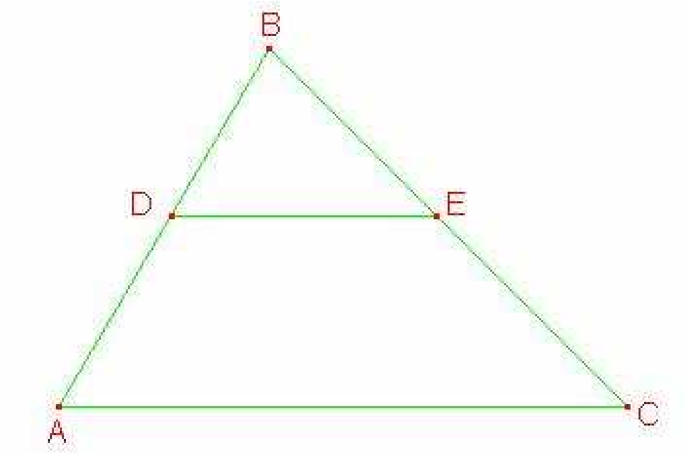
En voilà d'autres qui fonctionnent:

4/3 = 8/6   6/3 = 12/6   6/13 = 12/26

6/12 = 4/8   4/8 = 3/6   6/12 = 3/6

Théorème de la droite parallèle

Définition: Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un petit triangle semblable au grand.



Si DE est parallèle à AC, alors le triangle BDE est semblable au triangle ABC.

On peut le prouver avec le cas de similitude A-A.

L'angle B est le même pour le triangle BDE et ABC.

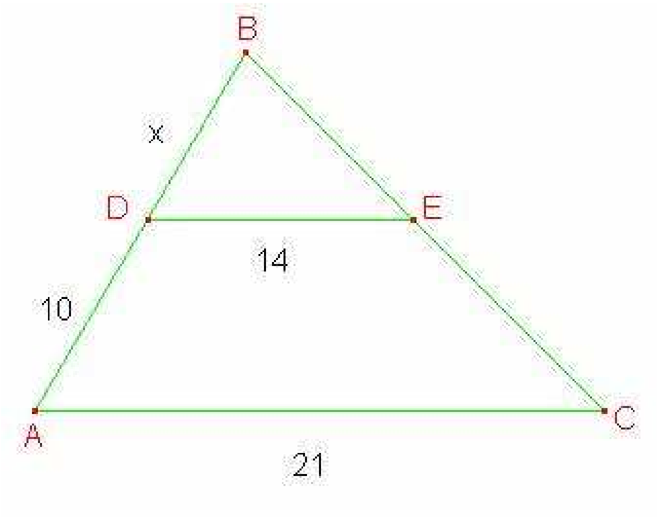
L'angle BDE est correspondant et congru à l'angle BAC par les droites parallèles DE et AC

coupé par la sécante AB.

Donc, par le cas A-A, les deux triangles sont semblables.

Exemple:

Trouver la valeur de x.



Comme les triangles BDE et ABC sont semblables, leurs côtés sont proportionnels.

Alors, $\frac{x}{x+10} = \frac{14}{21}$ car x est la mesure du côté du petit triangle et x+10 est la mesure du côté du grand triangle. Donc, les valeurs au numérateur concerne le petit triangle et les valeurs au dénominateur concerne le grand triangle.

Faisons le produit des extrêmes égal au produit des moyens.

$21x = 14(x+10)$

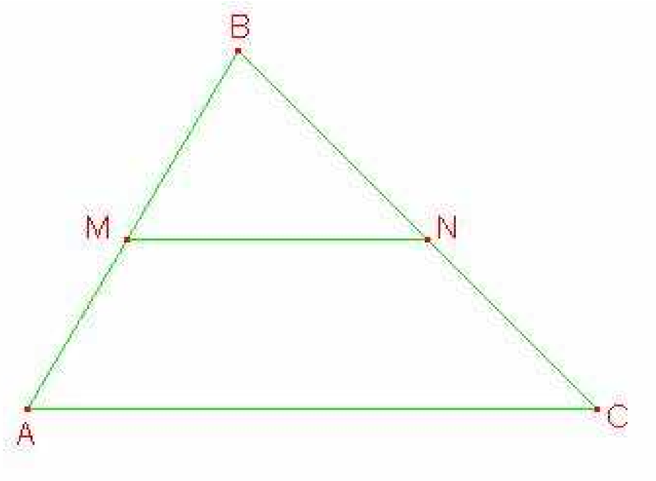
$21x = 14x + 140$

$7x = 140$

$x = 20$

Théorème des milieux

Définition: Dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.



Si MN est parallèle à AC,

alors $MN = \frac{1}{2}AC$

Cela implique aussi que BN = NC et que AM = MB.

On pourrait aller plus loin en disant que l'on a fait une homothétie de rapport K=2 et de centre B au triangle BMN et que cela a donné le triangle ABC.