Objectif du cours:

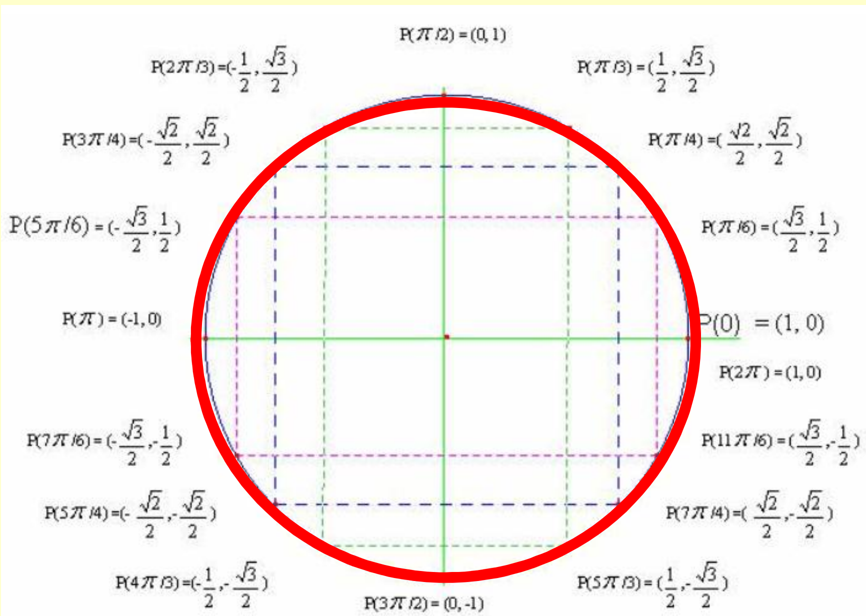
Fonction sinus

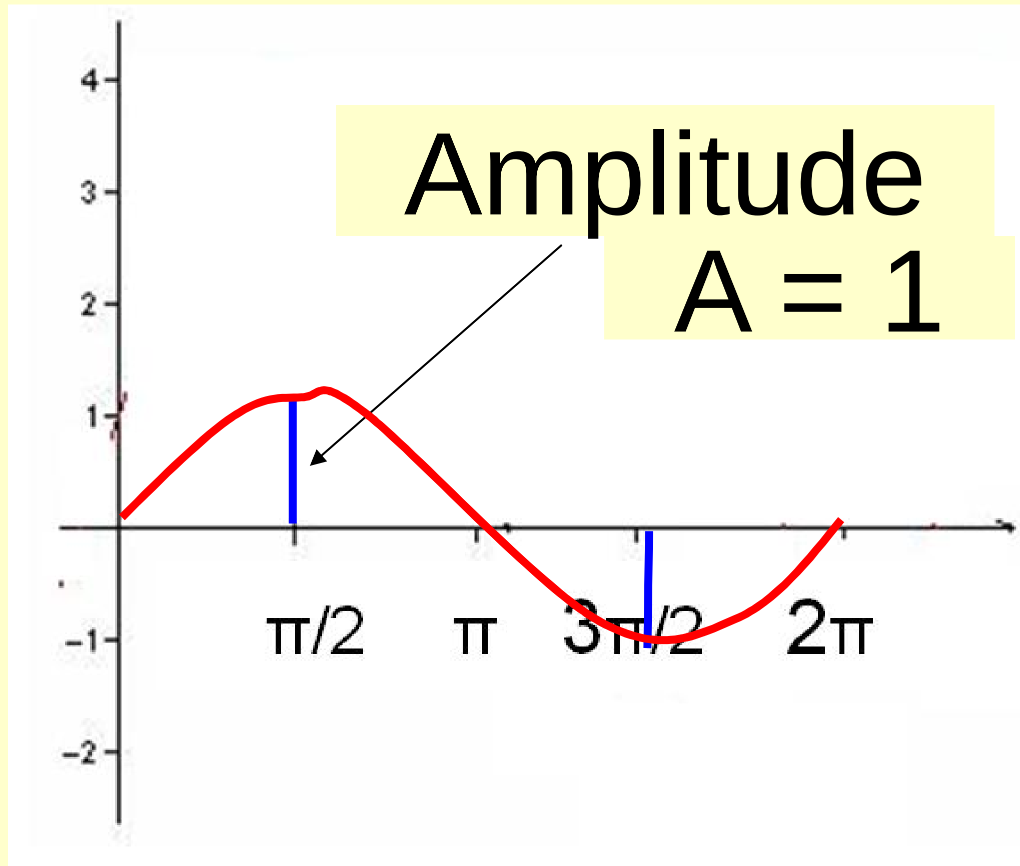
$$y = a\sin\left(b\left(x-h\right)\right)+k$$

Étude de la fonction sinus de base

Étude de la fonction sinus de base

En rouge, vous voyez le lien entre la circonférence du cercle et la fonction sinusoïdale sur un plan cartésien.





Période = 2π

Chapitre 5.3

Étude de la fonction sinus de base

Si a=1, b=1, h=0, k=0

$$y = a\sin\left(b\left(x-h\right)\right)+k$$

f(x) = sin x

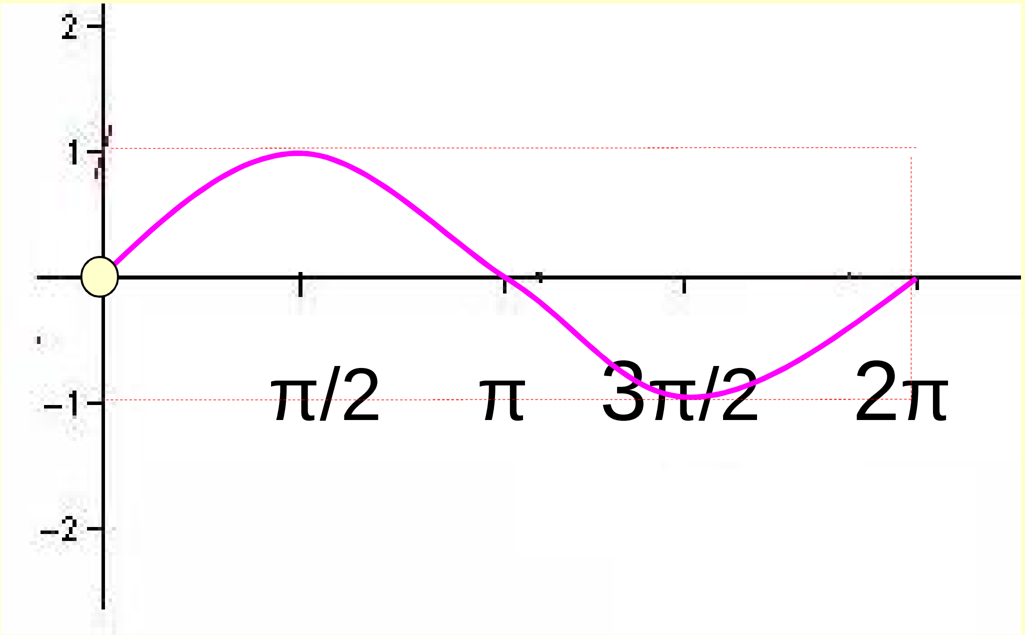
Point de départ: (h, k) = (0, 0)

P = 2π

Amplitude: 1

Maximum: 1

Minimum: -1



Chapitre 5.3

Étude de la fonction sinus

Point de départ: (h, k) milieu
d’une montée ou d’une descente.

(h, k) = (1, -1)

$$A = \frac{\max f - \min f}{2}$$

$$A = \frac{1 - -3}{2} \qquad A = 2$$

L’amplitude est le paramètre en valeur absolue |a|

Maximum: k + A
Maximum: -1 + 2 = 1

Minimum: k - A
Minimum: -1 – 2 = -3

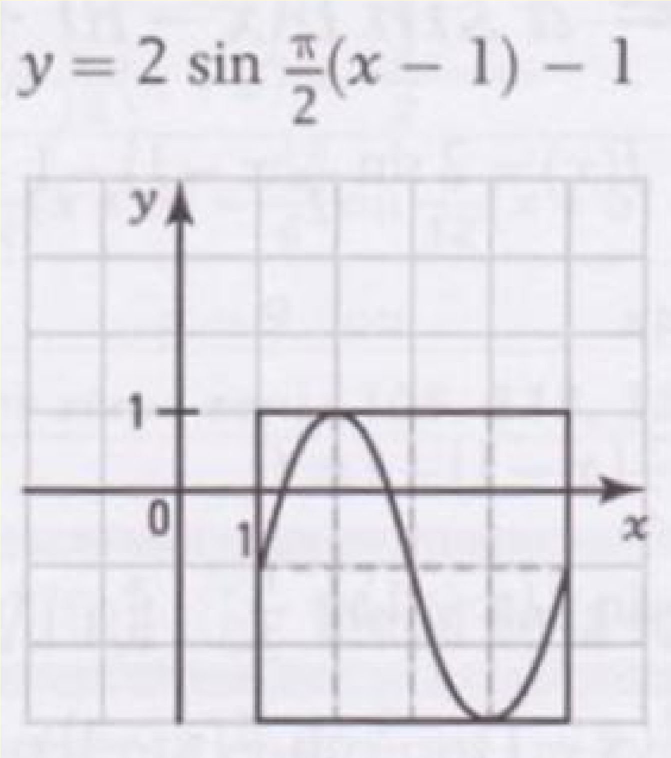
P = 4

$$P = \frac{2\circledR}{|b|}$$

$$P = \frac{2\circledR}{\frac{\circledR}{2}}$$

$$P = \frac{4\circledR}{\circledR}$$

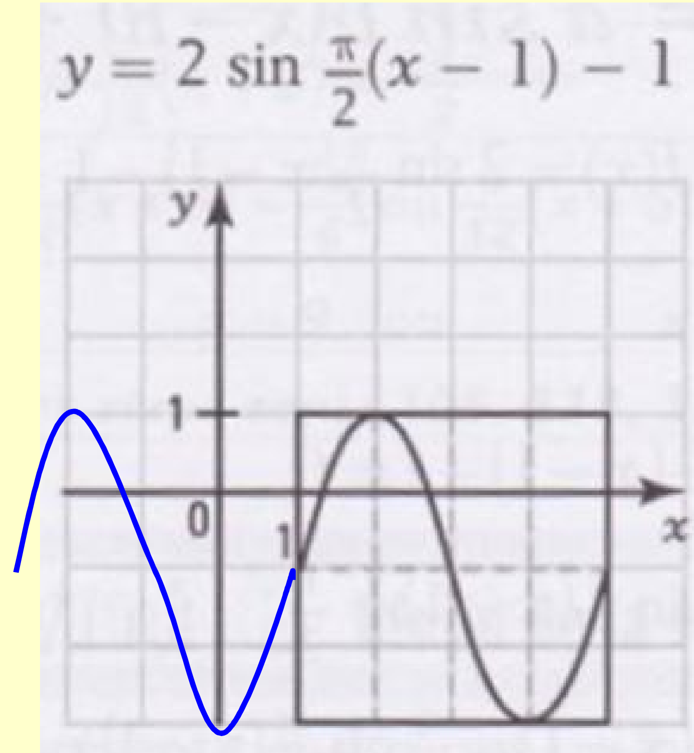
P = 4



Déphasage h : 1

Chapitre 5.3 — Étude de la fonction sinus

P = 4



Intervalle de décroissance

Sur une intervalle

x Є [2, 4]

Dans les réels

x Є [2 + Pn, 4 + Pn] où n Є Z

x Є [2 + 4n, 4 + 4n] où n Є Z

Description en compréhension

Périodicité des points trigonométriques	$P(t) = P(t + 2\pi n)$ où $n \varepsilon Z$	

Pour tracer la fonction sinus

Chapitre 5.3

Pour tracer la fonction sinus

$$y = a\sin\big(b(x-h)\big)+k$$

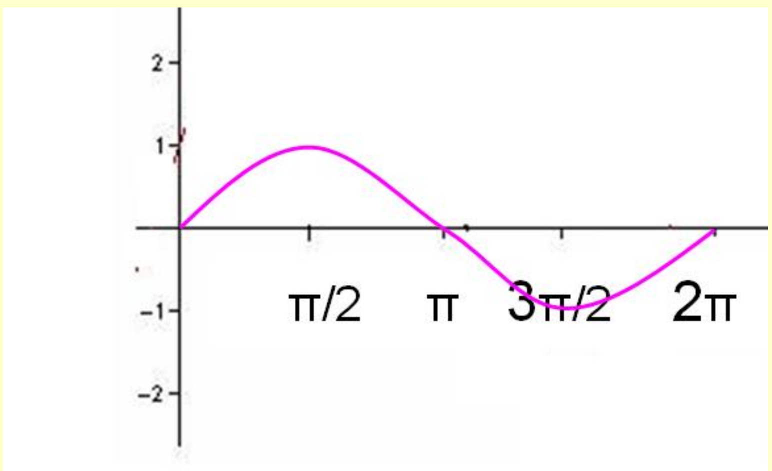
Il faut retrouver…

1- Amplitude = |a|

2- (h, k)

3- La période à l'aide du paramètre b $\quad P = \dfrac{2\pi}{|b|}$

4- ab>0 Monte,   ab<0 Descend



Exemple 1

$f(x) = \sin x$

1- A = 1

2- (h, k) = (0, 0)

b = 1

3- P = 2π

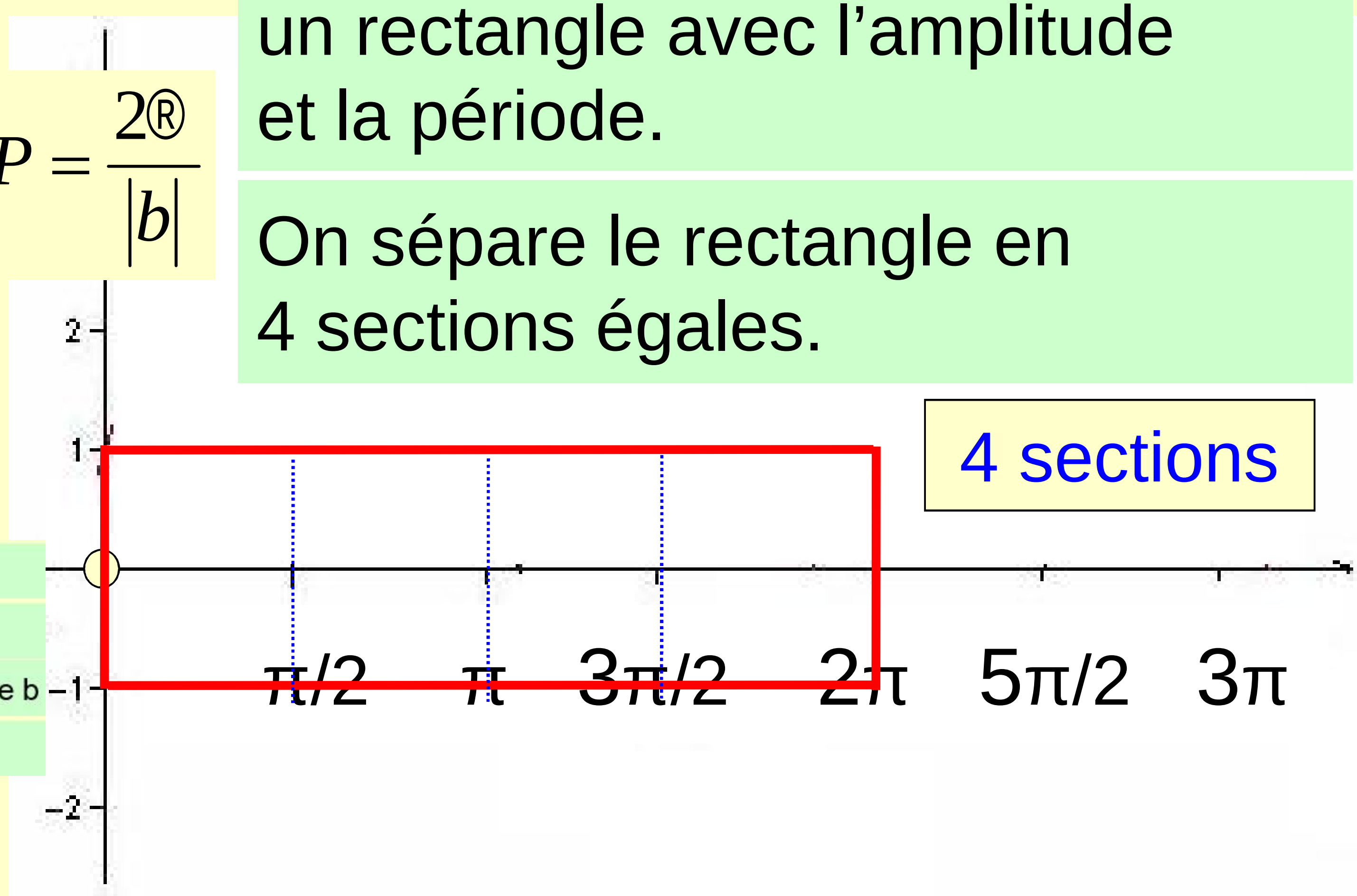
$$P = \frac{2\pi}{|b|}$$

Du point de départ (h, k), on forme un rectangle avec l’amplitude et la période.

On sépare le rectangle en 4 sections égales.

4- ab > 0
Monte

4 sections



1- Amplitude = |a|

2- (h, k)

3- La période à l’aide du paramètre b

4- ab>0 Monte, ab<0 Descend

Exemple 1

$f(x) = \sin x$

1- $A = 1$

2- $(h, k) = (0, 0)$

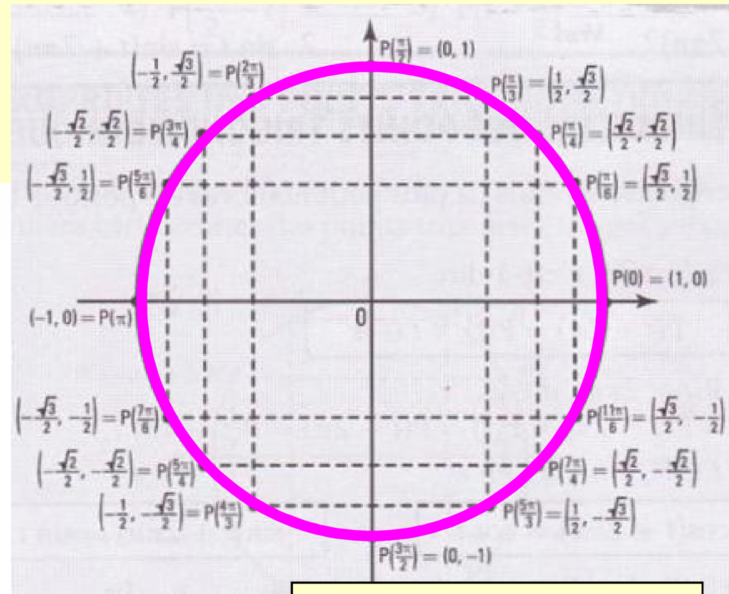
$b = 1$

3- $P = 2\pi$

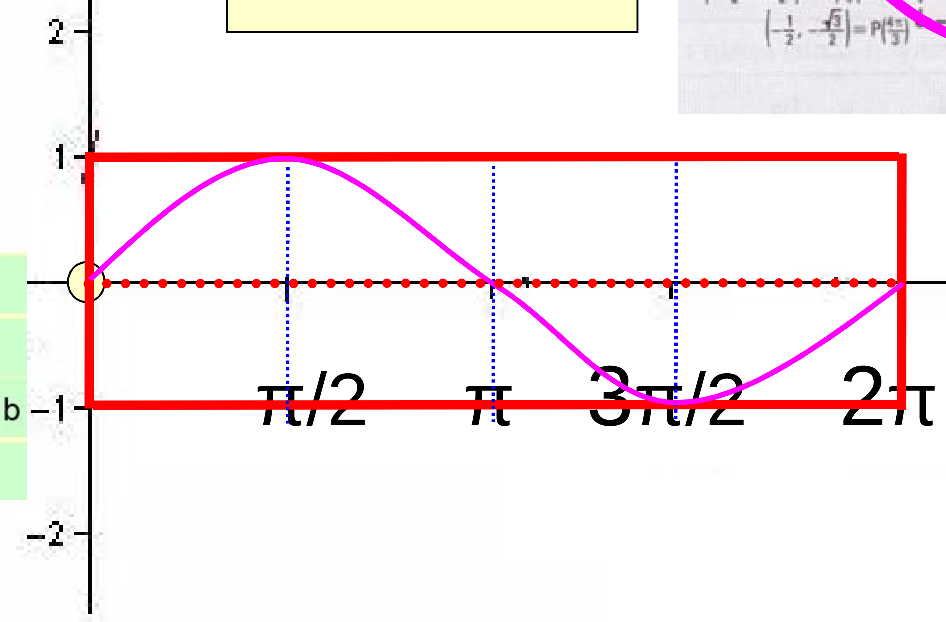
$$P = \frac{2\text{®}}{|b|}$$

4 sections

4- $ab > 0$
Monte



Traçons horizontale



1- Amplitude = |a|

2- (h, k)

3- La période à l'aide du paramètre b

4- ab>0 Monte,   ab<0 Descend

Exemple 2

$f(x) = -3\sin(0{,}5\pi x) + 1$

1- A = 3

2- (h, k) = (0, 1)

b = 0,5π

3- P = 2π/(0,5π) = 4

4 sections

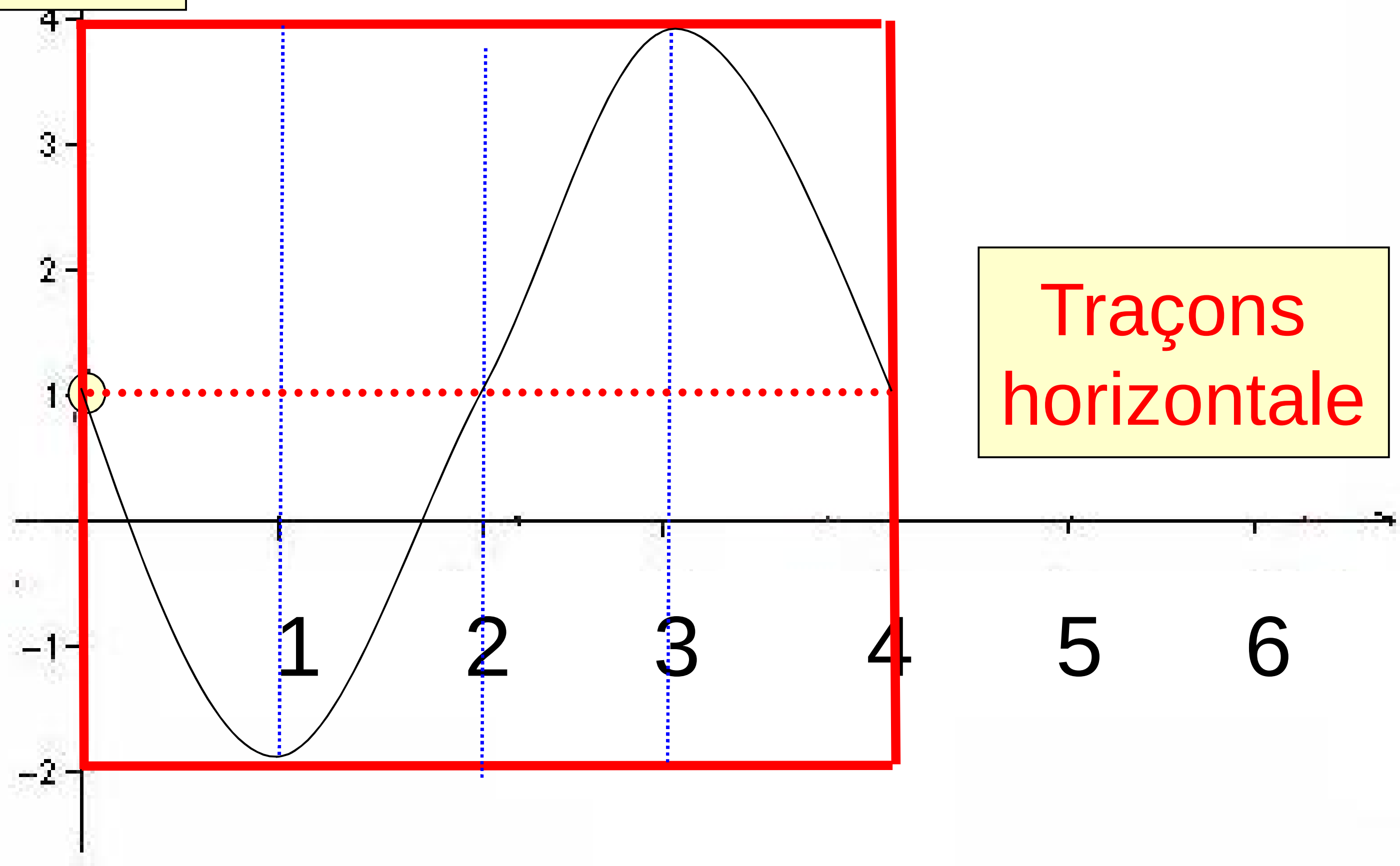
1- Amplitude = |a|

2- (h, k)

3- La période à l'aide du paramètre b

4- ab>0 Monte,   ab<0 Descend

4- ab < 0
Descend



Traçons horizontale

Résoudre une fonction sinus

Chapitre 5.3

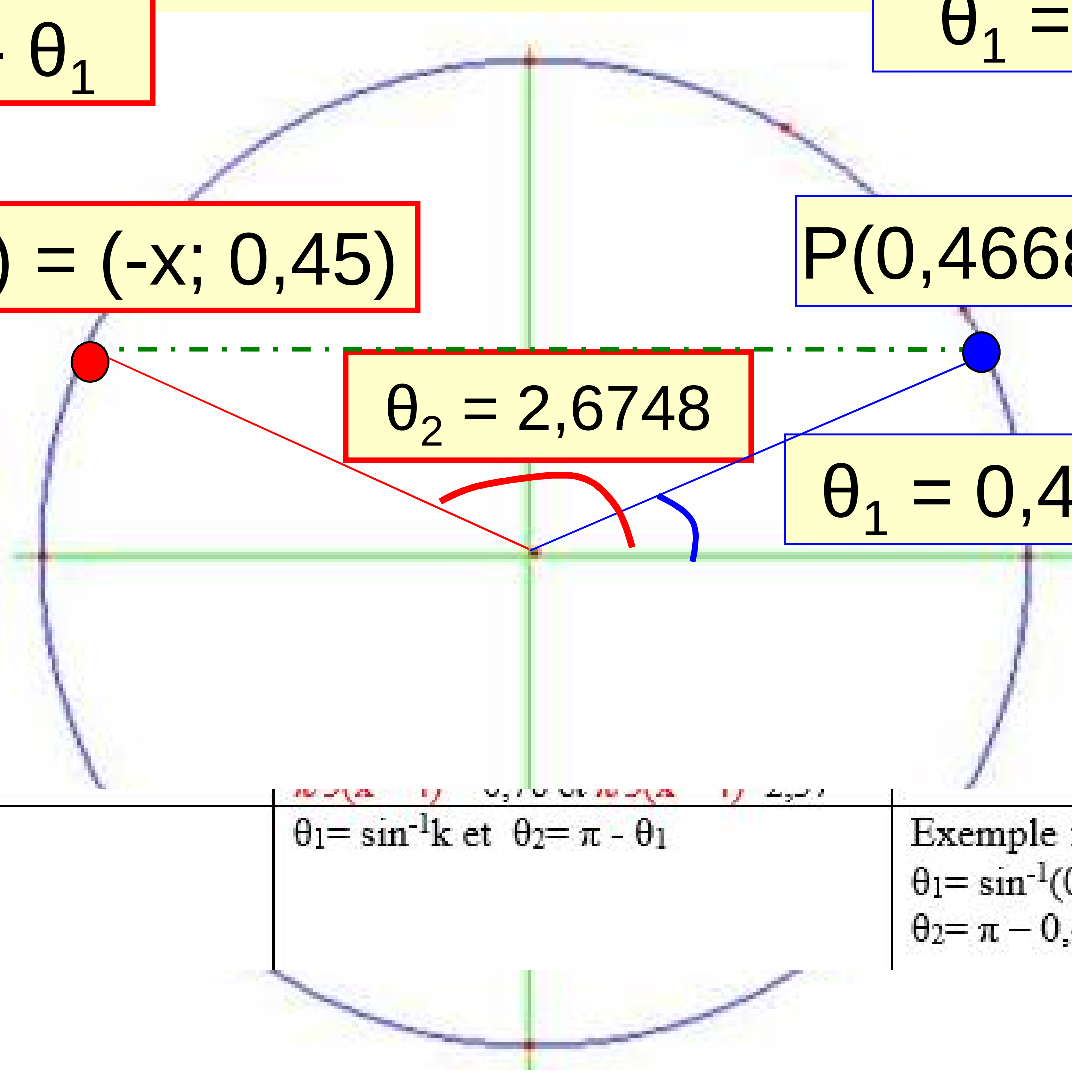
Comment trouver les angles

$\sin \theta = 0{,}45$

$\sin^{-1}(0{,}45) = \theta$

$\theta_1 = 0{,}4668$ rad

$\theta_2 = \pi - \theta_1$



Équation $\sin \theta = k$	$\theta_1 = \sin^{-1} k$ et $\theta_2 = \pi - \theta_1$	Exemple : $\sin \theta = 0{,}4$ $\theta_1 = \sin^{-1}(0{,}4) = 0{,}41$ $\theta_2 = \pi - 0{,}41 = 2{,}73$

Chapitre 5.3

Trouver les zéros

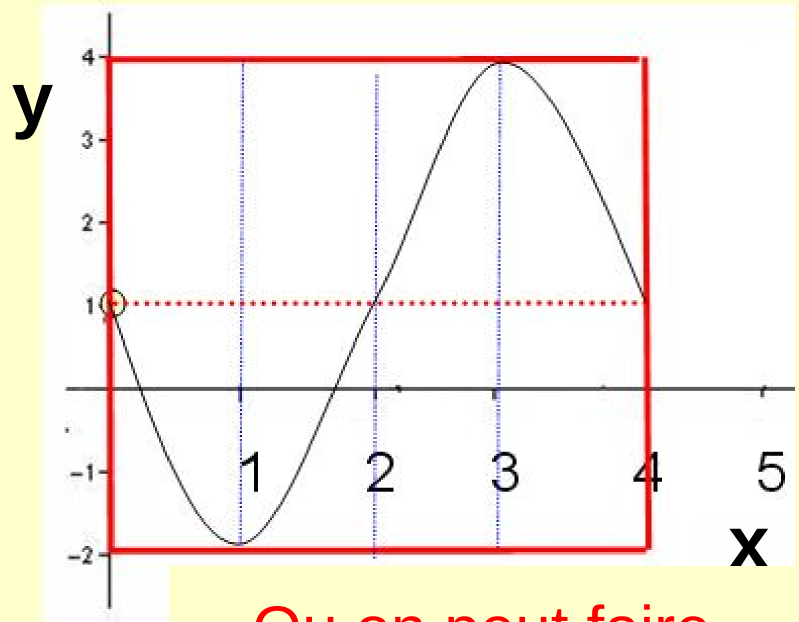
Se référer à l’exemple 2

$$f(x) = -3\sin\left(\frac{\text{®}}{2}x\right)+1$$

$$-3\sin\left(\frac{\text{®}}{2}x\right)+1=0$$

$$-3\sin\left(\frac{\text{®}}{2}x\right)=-1$$

$$\sin\left(\frac{\text{®}}{2}x\right)=\frac{1}{3}$$



Ou on peut faire

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\text{®}}{2}x$$

Ou

$$\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\text{®}}{2}x$$

Faire semblant

sin θ = 1/3

θ_1 = 0,3398

$\boxed{\theta_2 = \pi - \theta_1}$

θ_2 = 2,8018

$\sin \theta = 1/3$

$$\sin\left(\frac{\circledR}{2}x\right) = \frac{1}{3}$$

$\theta_1 = 0{,}3398$

$$\frac{\circledR}{2}x = 0{,}3398$$

$x = 0{,}2163$

$\theta_2 = 2{,}8018$

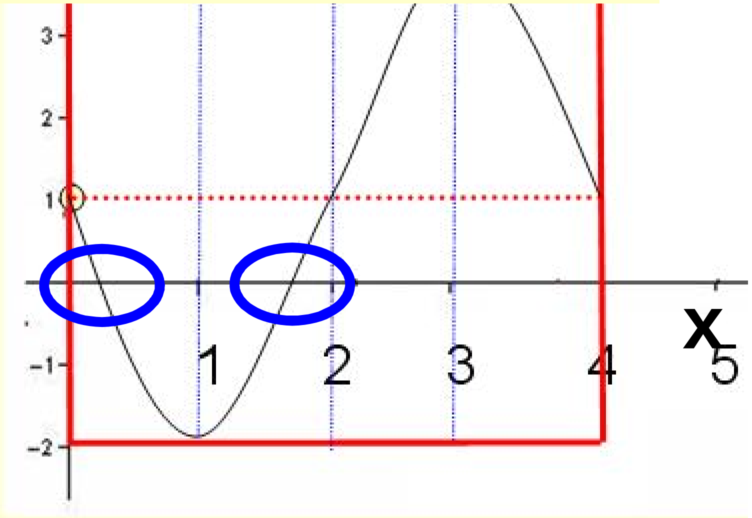
$$\frac{\circledR}{2}x = 2{,}8018$$

$x = 1{,}7837$

$$f(x) = -3\sin\left(\frac{\circledR}{2}x\right) + 1$$

$P = 2\pi/(0{,}5\pi) = 4$

$S = \{0{,}2163 + 4n,\ 1{,}7837 + 4n\},\ n \in z$



Chapitre 5.3

Résoudre une équation sinus

$$f(x) = 3\sin 2\left(x - \frac{\text{®}}{2}\right) - 2$$

Trouvons f(x) = -3

$$3\sin 2\left(x - \frac{\text{®}}{2}\right) - 2 = -3$$

Traçons

1- A = 3

2- (h, k) = (π/2, -2)

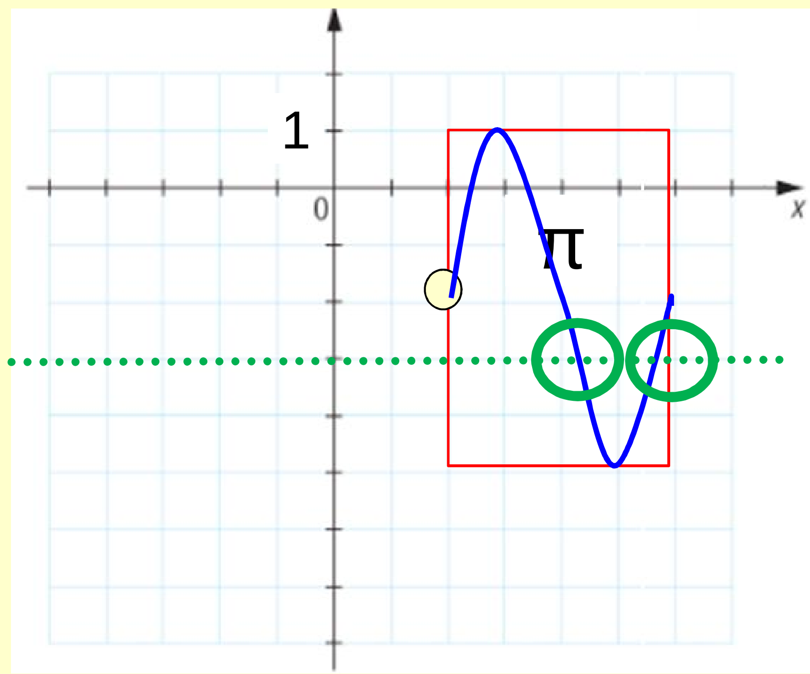
3- P = π

4- ab > 0
monte

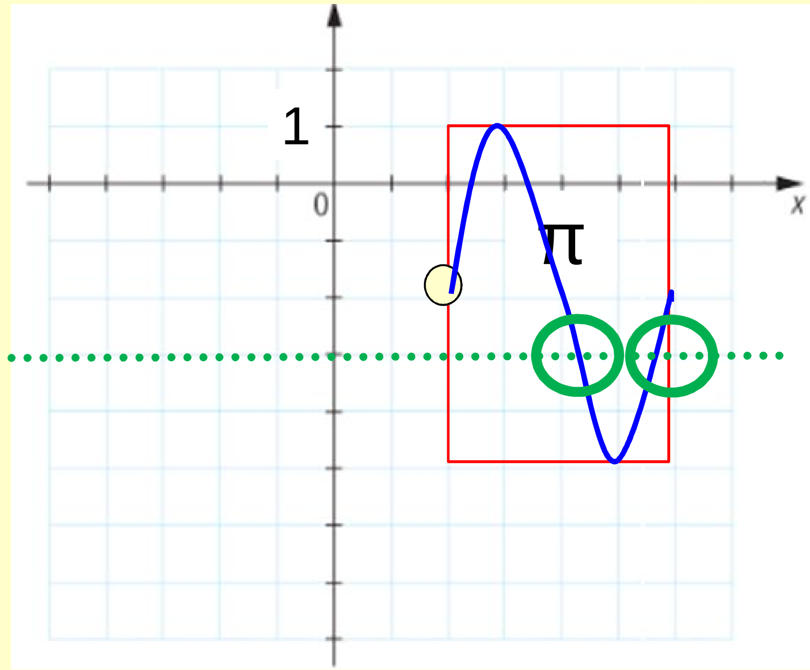
Selon le graphique,
on peut anticiper
ces deux valeurs:

Première: un peu plus grand que 3,14

Deuxième: un peu plus petit que 6π/4= 4,71



Résoudre une équation sinus



Trouvons f(x) = -3

$$3\sin 2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)-2=-3$$

$$3\sin 2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)=-1$$

$$\sin 2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)=\frac{-1}{3}$$

Faire semblant

$$\boxed{\theta_2 = \pi - \theta_1}$$

$$\sin^{-}=\frac{-1}{3}$$

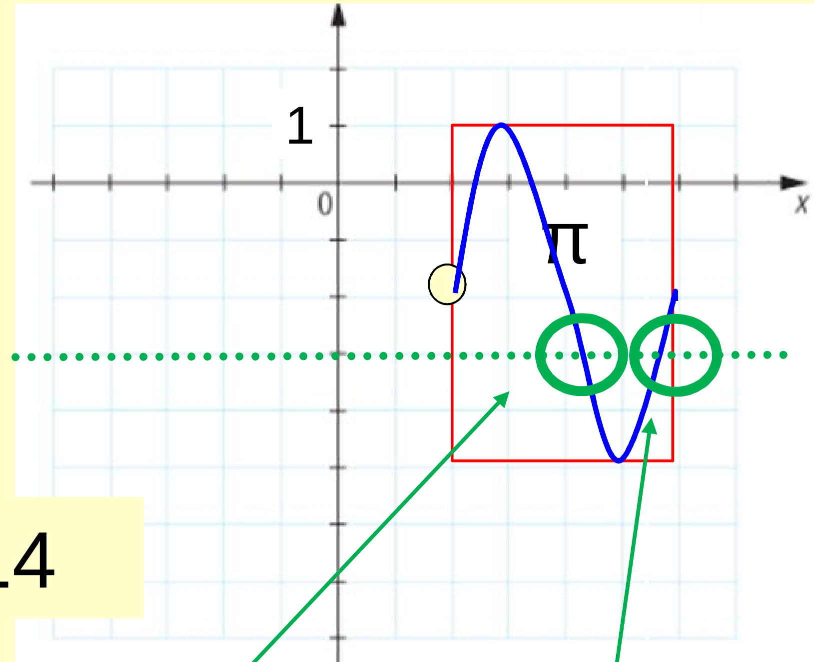
$\theta_1 = -0{,}3398$ $\theta_2 = 3{,}4814$

Chapitre 5.3

Résoudre une équation sinus

$$3\sin 2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)-2=-3$$

$$\sin 2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)=\frac{-1}{3}$$



θ_1 = -0,3398

$$2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)=-0,3398$$

$$x-\frac{\circledR}{2}=-0,1699$$

$$x=1,40$$

θ_2 = 3,4814

$$2\left(x-\frac{\circledR}{2}\right)=3,4814$$

$$x-\frac{\circledR}{2}=1,7407$$

$$x=3,31$$

Si on rajoute
une période à 1,40:
1,4 + π = 4,54

S = {1,4 + πn; 3,31 + πn}, n ε z

Chapitre 5.3

Trouver les zéros dans les réels

Exemple

$$f(x) = 4\sin\frac{\text{®}}{5}\left(x-2\right)+3$$

$$\bar{\ }_1 = -0{,}8481$$

$$\bar{\ }_2 = \text{®} - \bar{\ }_1$$

$$\bar{\ }_2 = 3{,}9897$$

$$4\sin\frac{\text{®}}{5}\left(x-2\right)+3=0$$

$$4\sin\bar{\ } + 3 = 0$$

$$\frac{\text{®}}{5}\left(x-2\right) = -0{,}8481$$

$$\frac{\text{®}}{5}\left(x-2\right) = 3{,}9897$$

$$\sin\bar{\ } = -\frac{3}{4}$$

P = 10

S = {0,6502 + 10n; 8,3498+ 10n}, n ε z

1- A = 2

2- (h, k) = (2, 1)

b =π/6

ab > 0

3- P = 12

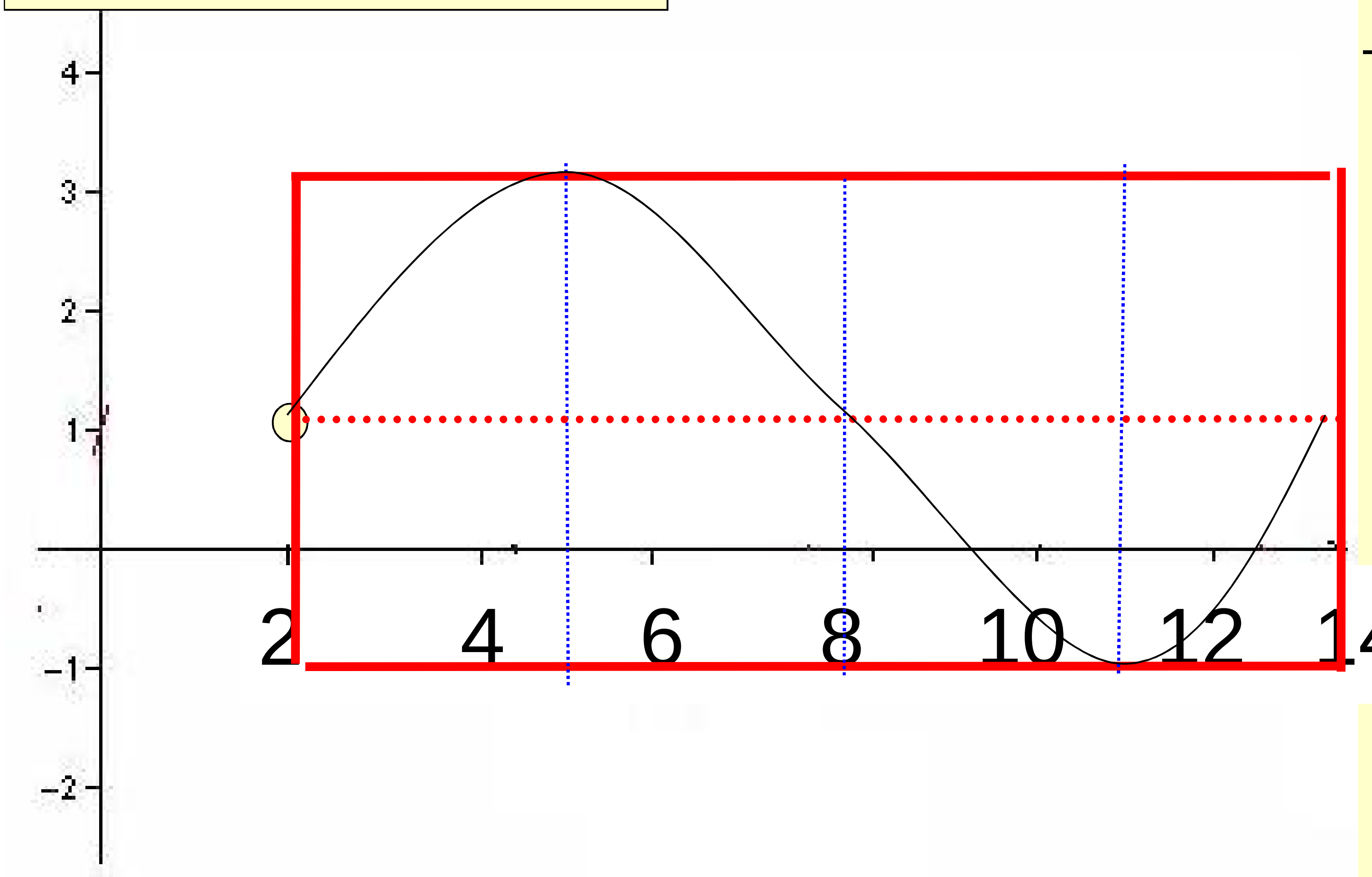
Trouver les zéros

$$f(x) = 2\sin\frac{\text{®}}{6}\left(x-2\right)+1$$

$$\sin\frac{\text{®}}{6}\left(x-2\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\bar{\ }_1 = -0{,}5236$$

$$x = 1$$



Rajouter une période

X = 1 + 12
X = 13

f) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$, si $x \in [-\pi, \pi]$.

$$u = \sin x$$

$$2u^2 - u - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-1)$$

$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{4}$$

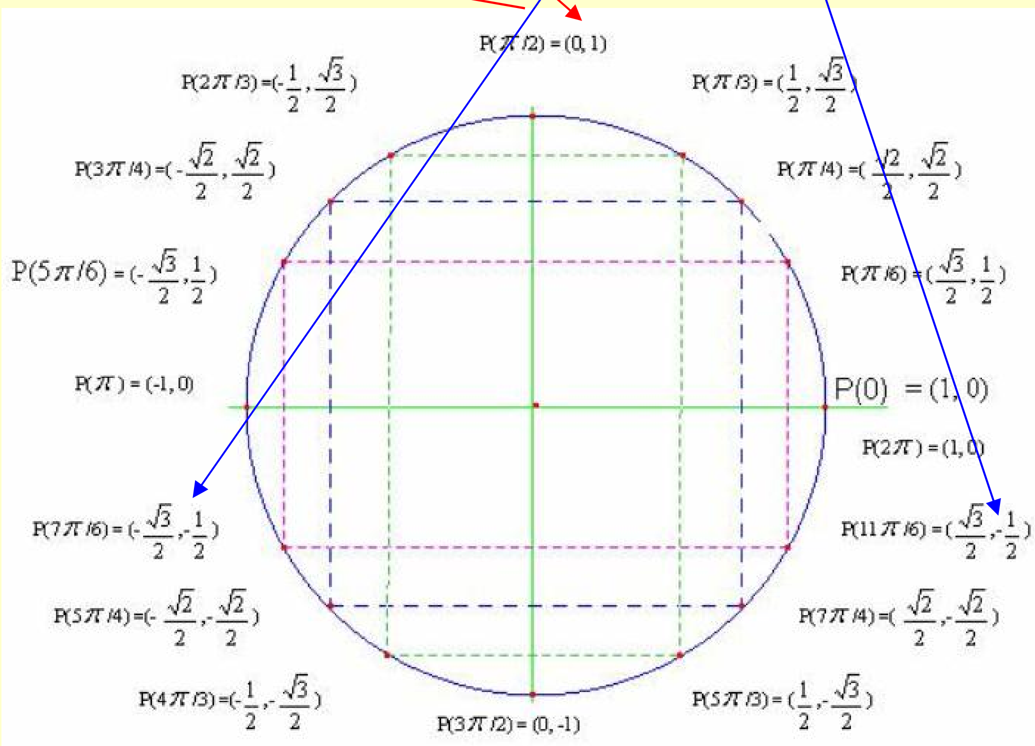
$$u_1 = -0{,}5 \qquad u_2 = 1$$

$$\boxed{\sin x = 1}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\sin x = -0{,}5}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} \qquad x = -\frac{5\pi}{6}$$



$$x \in \left\{-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\}$$

g) $2\sin^2 x - 7\sin x + 6 = 0$, si $x \in [0, 2\pi]$.

$$u = \sin x$$

$$2u^2 - 7u + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6)$$

$$\Delta = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm 1}{4}$$

$$u_1 = 1{,}5 \qquad u_2 = 2$$

$$\sin x = 1{,}5 \qquad \sin x = 2$$

Aucune solution dans IR.

$x \in \{\ \}$

Trouver la règle de la fonction sinus

Chapitre 5.3 Retrouver la règle de la fonction sinus

1- Retrouver (h, k)

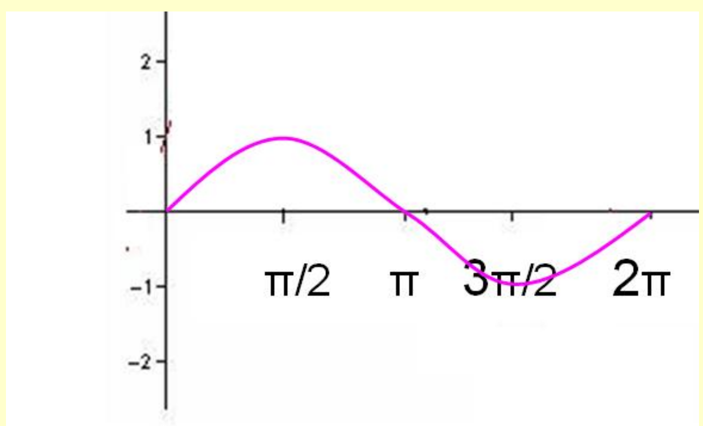
2- Le paramètre b à l’aide de la période

$$P = \frac{2\pi}{|b|}$$

3- Amplitude (A = |a|)

4- Cycle croissant ou décroissant

ab>0 Monte, ab<0 Descend



Chapitre 5.3 Retrouver la règle de la fonction sinus

1- (h, k) = (2, 1)

2- A = 2

3- P = 12

$$f(x) = 2\sin \frac{\circledR}{6}\left(x - 2\right) + 1$$

ou

$$f(x) = -2\sin -\frac{\circledR}{6}\left(x - 2\right) + 1$$

$$P = \frac{2\circledR}{|b|}$$

3- b =π/6

4- ab > 0

$$12 = \frac{2\circledR}{|b|}$$

$$b = \frac{2\circledR}{12}$$

$$b = \frac{\circledR}{6}$$