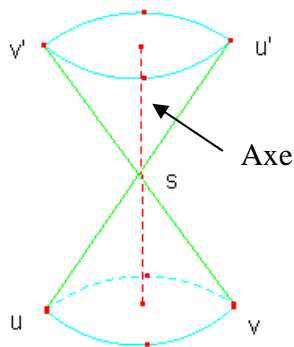


Les coniques

Définitions :

Sous le nom de coniques, on désigne 4 types de courbes que l'on appelle sections coniques.

Il y a le cercle, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.



Les segments uu' et vv' se nomment génératrice. Il y en a une infinité.

Le cercle : le plan est perpendiculaire à l'axe

Ellipse : le plan n'est pas perpendiculaire à l'axe

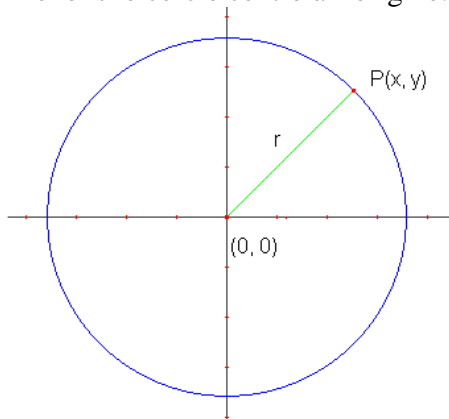
Parabole : le plan est parallèle à une génératrice

Hyperbole : le plan coupe les deux nappes.

Première conique : **Le cercle**

Trouvons l'équation du cercle.

Prenons le cercle centré à l'origine.



Pour trouver le rayon, on utilise la formule de la distance.

$$d(P, O) = r$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = r$$

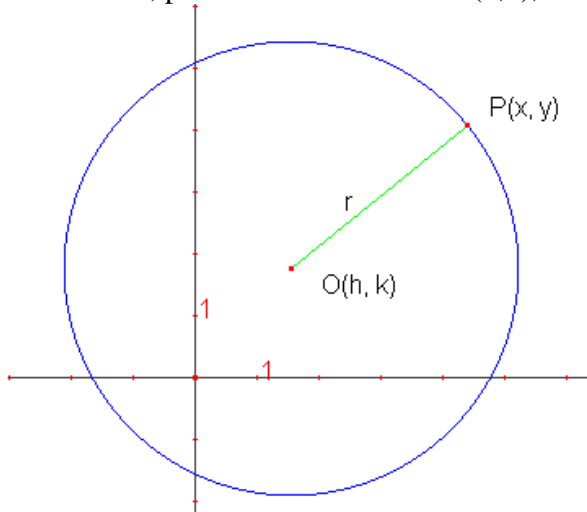
$$\sqrt{x^2 + y^2} = r$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Rappel: géométrie
analytique MAT426-436

Ceci n'est pas au programme

Maintenant, pour un cercle de centre (h,k), nous aurons l'équation canonique suivante :



$$d(P, O) = r$$

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Rappel: géométrie
analytique MAT426-436

Forme canonique :

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Forme générale :

Pour obtenir la forme générale, il suffit de décomposer les facteurs.

Cela donne la forme suivante:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Exemple 1 :

Exprimer l'équation suivante sous sa forme générale.

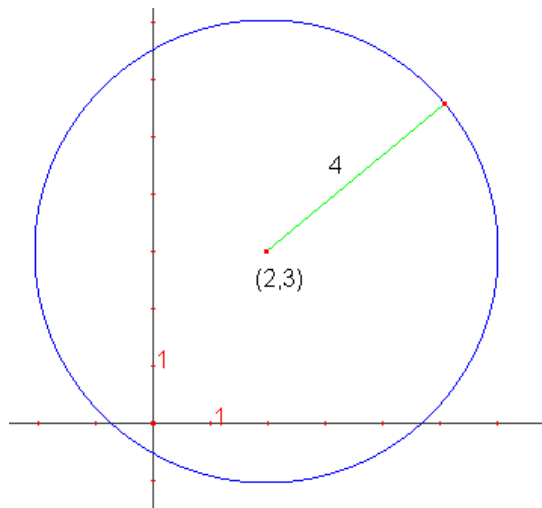
$$(x+4)^2 + (y-2)^2 = 25$$

$$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$$

Exemple 2 :

Quelle est l'équation canonique du cercle suivant?



$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2$$

Quelle est son équation générale?

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$$

Exemple 3 :

Exprimer l'équation suivante sous sa forme canonique.

Nous allons utiliser la complétion du carré (MAT426-436).

Rappel : la complétion du carré consiste à fabriquer un trinôme carré parfait et ensuite, nous faisons une différence de carré.

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$$

$$x^2 - 6x + \square y^2 - 2y + \square = -1 + \square + \square$$

Nous connaissons la forme $Ax^2 + Bx + c = 0$. Pour trouver le terme constant C pour former un trinôme carré parfait, on prend la valeur de B, on la divise par 2 et on élève ce nombre au carré. $(B/2)^2$

$$\text{Pour la fonction en } x, (-6/2)^2 = 9$$

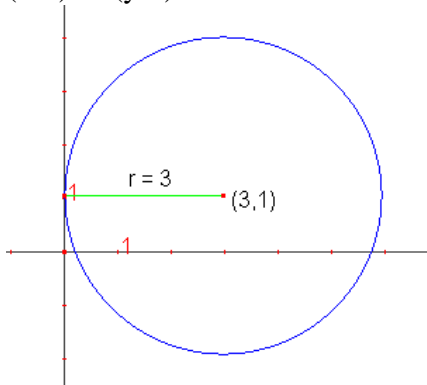
$$\text{Pour la fonction en } y, (-2/2)^2 = 1$$

Important, si on ajoute une valeur à gauche de l'équation, on doit aussi l'ajouter à droite de l'équation pour conserver l'égalité.

Alors, nous avons.

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = -1 + 9 + 1$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$$



Exemple 4 :

Exprimer l'équation suivante sous sa forme canonique.

$$2x^2 + 2y^2 + 24x - 12y + 4 = 0$$

On peut diviser l'équation par 2,

$$x^2 + y^2 + 12x - 6y + 2 = 0$$

Complétion du carré

$$x^2 + 12x + \underline{\quad} + y^2 - 6y + \underline{\quad} = -2 + \underline{\quad} + \underline{\quad}.$$

$$x^2 + 12x + 36 + y^2 - 6y + 9 = -2 + 36 + 9$$

$$(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 43$$

$\sqrt{43} = 6,56$

