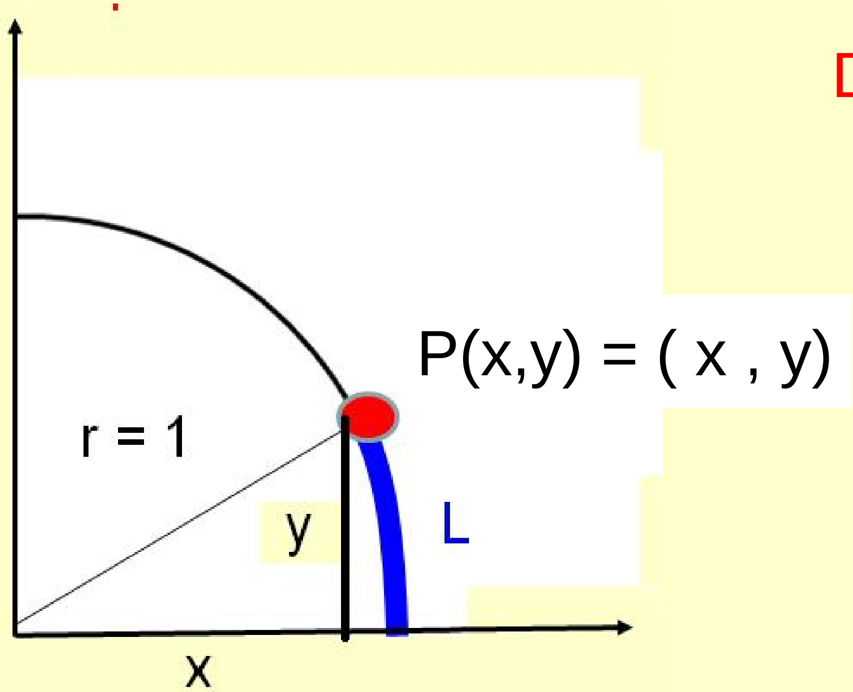
Identités trigonométriques

Coordonnées cartésiennes	P(t) = (cos t, sin t) OU Notation cartésienne P(cos t, sin t)	Permet de trouver la coordonnée sur le cercle trigonométrique



Dans un triangle rectangle

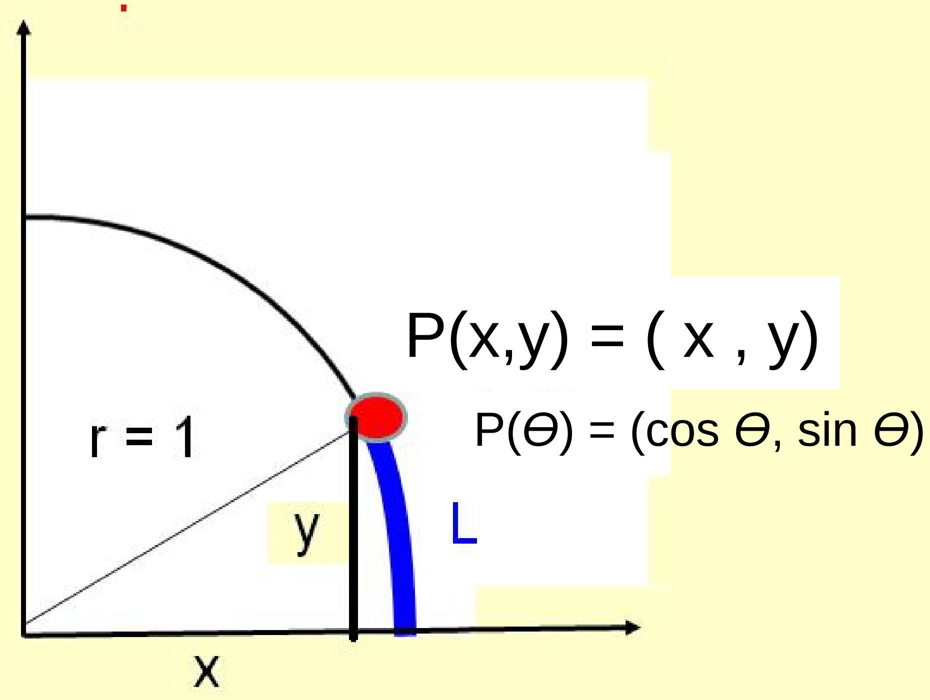
$$\cos^{-o} = \frac{a}{h} \qquad \sin^{-o} = \frac{o}{h}$$

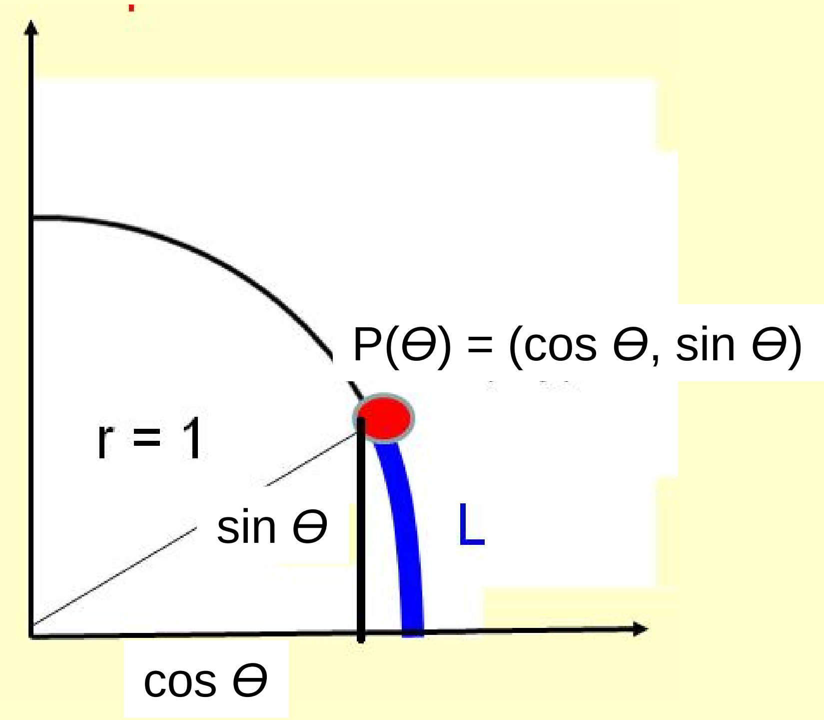
$$\cos^{-o} = \frac{x}{1} \qquad \sin^{-o} = \frac{y}{1}$$

P(Ɵ) = (cos Ɵ, sin Ɵ)

Chapitre 5.6 Identités trigonométriques

Première identité trigonométrique





Pythagore

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Deuxième identité trigonométrique

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Divisons par $\cos^2 x$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}}$$

Rapport trigonométrique	Sin, cos, tan, $\boxed{\text{sec x = 1/cos x}}$ cosec = 1/sin x cotan x = 1/tan x

Identité trigonométrique	$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ $1 + \tan^2 t = \sec^2 t$ $1 + \text{cotan}^2 t = \text{cosec}^2 t$

Troisième identité trigonométrique

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Divisons par $\sin^2 x$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cos ec^2 x$$

$$1 + \cot an^2 x = \cos ec^2 x$$

On utilise cot x ou cotan x

$$\boxed{\cot an x = \frac{\cos x}{\sin x}}$$

Rapport trigonométrique	Sin, cos, tan,	sec x = 1/cos x
	cosec = 1/sin x	cotan x = 1/tan x

Identité trigonométrique	$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ $1 + \tan^2 t = \sec^2 t$ $1 + \text{cotan}^2 t = \text{cosec}^2 t$

Résumé des notions du chapitre 5

Notions chapitre 5	Formule	Résultat
Rapport trigonométrique	Sin, cos, tan, sec x = 1/cos x cosec = 1/sin x cotan x = 1/tan x	$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ $\cot anx = \dfrac{\cos x}{\sin x}$
Identité trigonométrique	$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ $1 + \tan^2 t = \sec^2 t$ $1 + \text{cotan}^2 t = \text{cosec}^2 t$	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
Formules trigonométriques Addition et soustraction	$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$ $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$ $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$ $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$ $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ où $1 - \tan a\tan b \neq 0$ $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$ où $1 + \tan a\tan b \neq 0$	
Formules trigonométriques	Les formules du double, du complémentaire et du supplémentaire s'obtiennent à l'aide des formules de l'addition et de la soustraction.	

Résoudre les expressions trigonométriques

Chapitre 5.6 Réduire les expressions suivantes:

1) $\cos x \tan x = \quad \cos x \dfrac{\sin x}{\cos x} = \quad \sin x$

2) $(1 - \cos^2 x)\sec^2 x = \quad \sin^2 x \dfrac{1}{\cos^2 x} = \quad \tan^2 x$

$\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}$ $\boxed{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x}$

Souvent, il faut modifier afin d'avoir des sin et des cos.

Résoudre $x \in [0,6]$

$$6\sin^2 x = -\sin x + 1$$

$$6\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Résoudre $x \in [5,10]$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$10\sec^2 x = \tan x + 12$$

$$10\sec^2 x - \tan x - 12 = 0$$

$$10(1 + \tan^2 x) - \tan x - 12 = 0$$

$$10 + 10\tan^2 x - \tan x - 12 = 0$$

$$10\tan^2 x - \tan x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$