Fonction de degré 2

Notions du chapitre 3 Fonctions polynomiales

Fonction quadratique (forme canonique)	$f(x) = a(x-h)^2 + k$ Si $a > 0$, ouvert vers le haut (sourire) Si $a < 0$, ouvert vers le bas (baboune) Sommet : $S(h,k)$ Axe de symétrie : $x = h$	$\lvert a \rvert > 1$ allongement vertical $0 < \lvert a \rvert < 1$ réduction verticale h : translation horizontale k : translation verticale

Différents noms:

Fonction parabolique

Parabole

Fonction quadratique

De degré 2

Chapitre 1.6

Modèle $a(x-h)^2 + k=0$

$a(x-h)^2 + k = 0$

Isolons x

$a(x-h)^2 = -k$

$$(x-h)^2 = -\frac{k}{a}$$

$$x-h = \pm\sqrt{-\frac{k}{a}}$$

$$x = h \pm\sqrt{-\frac{k}{a}}$$

Chapitre 3.4

Tracer $f(x) = a(x-h)^2 + k$

Avec précision

1- S(h,k)

2- Trouver les zéros **(x, 0)**

3- Valeur initiale **(0, y)**

Ou ordonnée à l'origine **(0, y)**

Rapidement

1- S(h,k)

2- Signe de a

<u>*Chapitre 3.4*</u>

Rechercher f(x) = a(x-h)² + k

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

Ce que nous avons besoin...

$$\boxed{y = 2(x-3)^2 - 4}$$

1- Le sommet S(h,k) = (3, -4)

$$y = a(x-3)^2 - 4$$

2- un point connu

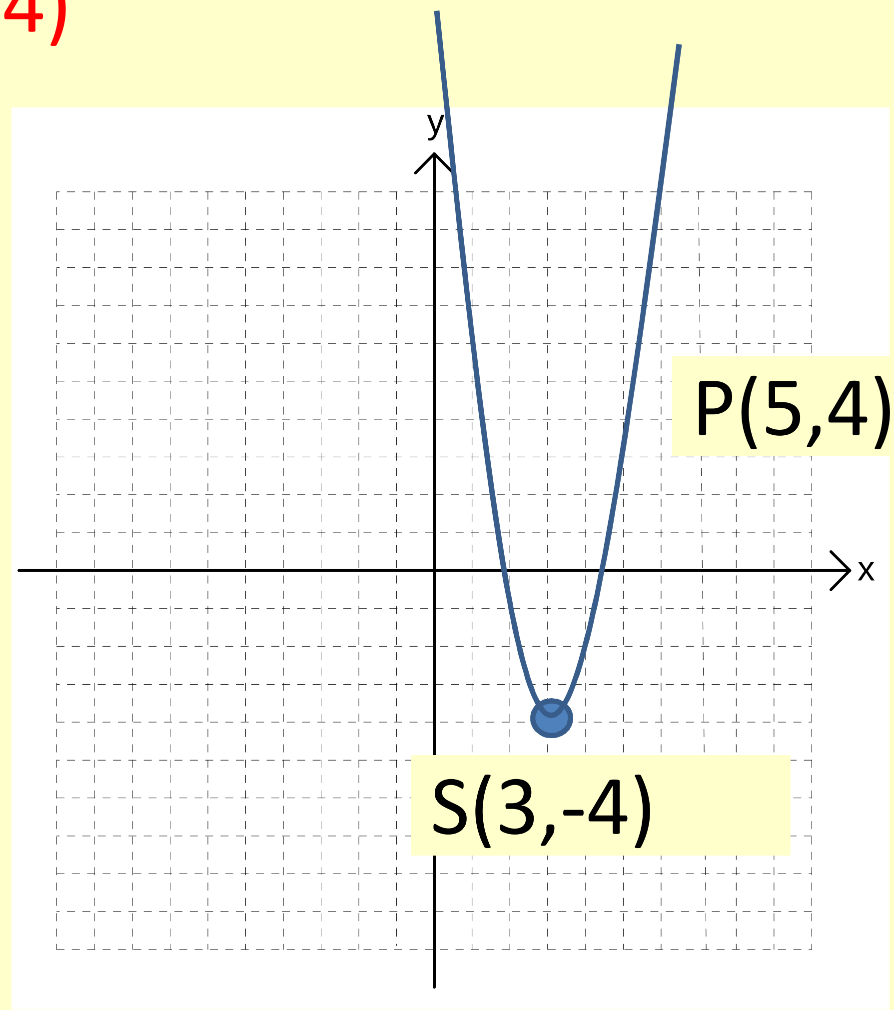
P(5,4)

$$4 = a(5-3)^2 - 4$$

$$8 = a(2)^2$$

$$8 = 4a$$

$$a = 2$$



Voyons une conjecture

Chapitre 3.5

Transformons la générale en canonique

$ax^2 + bx + c = 0$

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=0$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

Complétion du carré

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Trinôme carré parfait à gauche

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{4ac}{4a^2}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a}$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}=0$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}=0$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}=0$$

$$a(x-h)^2+k=0$$

$$h=-\frac{b}{2a} \qquad k=\frac{4ac-b^2}{4a}$$

Si on fait f(h) on obtient le k

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(h) = a(h)^2 + b(h) + c$$

$$f(h) = a(-\frac{b}{2a})^2 + b(-\frac{b}{2a}) + c$$

$$f(h) = a\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$f(h) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$f(h) = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a}$$

$$f(h) = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$f(h) = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$f(h) = k$$

Chapitre 3.5

Convertir forme générale en canonique

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 22$$

Ce que nous avons besoin…

1- Le sommet S(h,k)

$$h = -\frac{b}{2a} \quad h = -\frac{-12}{2(2)} \quad h = 3$$

$$k = f(h) \quad k = f(3)$$

$$k = 2(3)^2 - 12(3) + 22$$

$$k = 18 - 36 + 22$$

$$k = 4$$

S(3,4)

2- Le paramètre a

C'est le même pour les deux formes

$$a = 2$$

$$\boxed{f(x) = 2(x-3)^2 + 4}$$

Chapitre 3.5

Convertir forme générale en canonique

Exemple

$$f(x) = -3x^2 + 12x - 8$$

1- Le sommet S(h,k)

$$h = -\frac{b}{2a} \quad h = -\frac{-12}{2(-3)} \quad h = 2$$

$$k = f(h) \quad k = f(2)$$

$$k = -3(2)^2 + 12(2) - 8$$

$$k = -12 + 24 - 8$$

$$k = 4$$

S(2,4)

2- Le paramètre a

C'est le même pour les deux formes

$$a = -3$$

$$\boxed{f(x) = -3(x-2)^2 + 4}$$

<u>*Chapitre 3.5*</u>

Tracer $f(x) = ax^2 + bx + c$

Avec précision	**Rapidement**
1- S(h,k)	1- S(h,k)
2- Trouver les zéros (x, 0)	2- Signe de a
3- Valeur initiale (0, y)	

$$h = -\frac{b}{2a} \quad k = f(h)$$

Chapitre 3.6

Convertir forme générale en forme factorisée

Exemple 1

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 12$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(2)(-12)$$

$$\Delta = 100$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{4}$$

$$x_1 = -3 \qquad x_2 = 2$$

$$a = 2$$

Forme factorisée

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = 2(x + 3)(x - 2)$$

C'est le même a pour les trois formes.

Chapitre 3.6

Convertir forme générale en forme factorisée

Exemple 2

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(2)(2)$$

$$\Delta = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{--4 \pm \sqrt{0}}{4}$$

$$x = \frac{4 \pm 0}{4}$$

$x_1 = 1$ $\quad x_2 = 1$

$$a = 2$$

Forme factorisée

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = 2(x-1)(x-1)$$

C'est le même a pour les **trois** formes.

$$f(x) = 2(x-1)^2$$

<u>*Chapitre 3*</u>

En résumé

Utilisez $f(x) = a(x-h)^2 + k$ Forme canonique

Utilisez $f(x) = ax^2 + bx + c$ Forme générale

Utilisez $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ Forme factorisée

Chapitre 3

Résumé: Convertir entre les formes

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = a(x-h)^2 + k$

$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

Générale à canonique

$h = -\frac{b}{2a} \quad k = f(h)$

Le même a

Canonique à générale

Développe

Factorisée à générale

Développe

Générale à factorisée

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Le même a

Canonique à factorisée

$x = h \pm \sqrt{-\frac{k}{a}}$

Le même a

Factorisée à canonique

$h = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad k = f(h)$

Le même a

Valeur initiale

Ordonnée à l'origine

(0, y)

Les zéros de la fonction

Abscisse à l'origine

(x, 0)

(abscisse, ordonnée)

(x, y)

Chapitre 3.6 Rechercher $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

1-Insérons les zéros

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = a(x - 2)(x - 6)$$

Trouvons a à l'aide d'un point

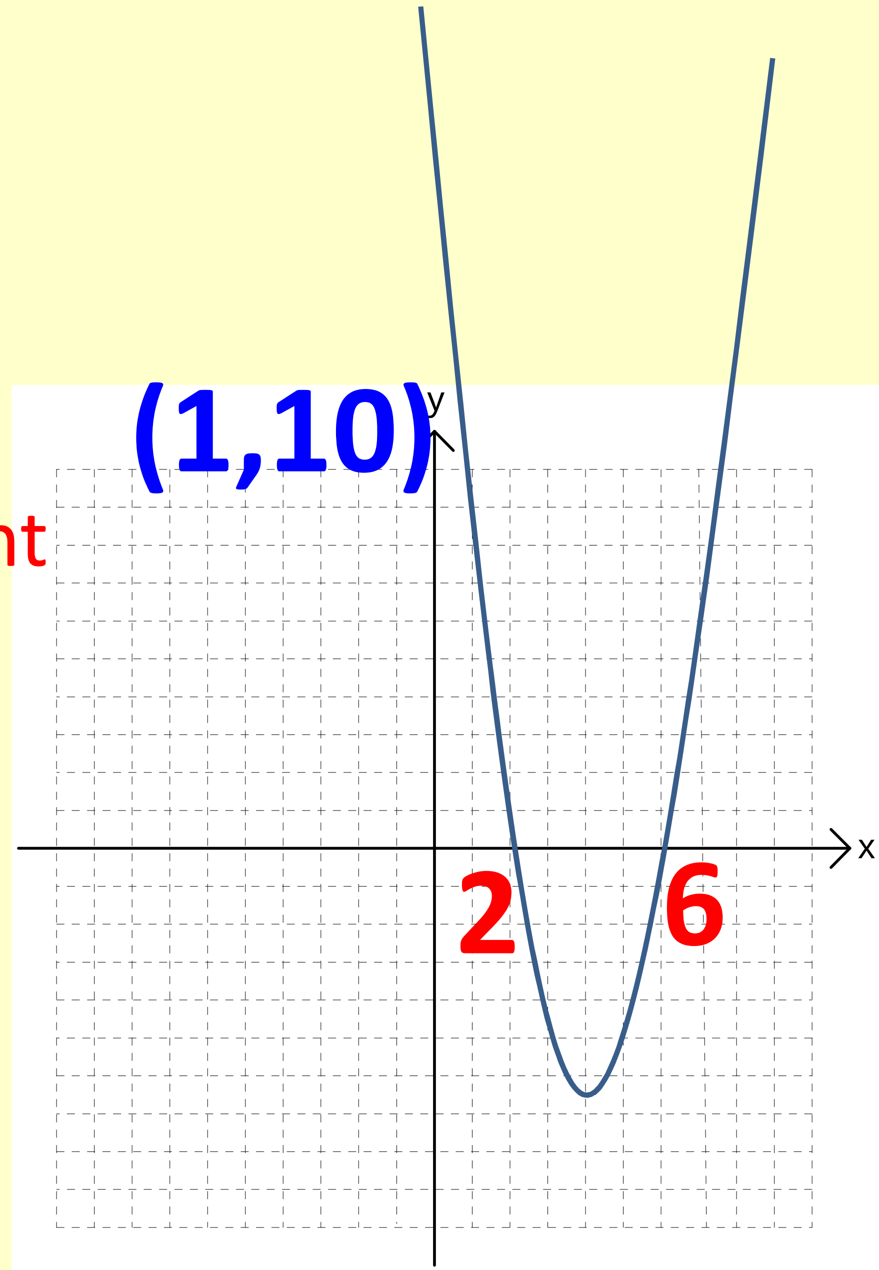
$$f(x) = a(x - 2)(x - 6)$$

$$10 = a(1 - 2)(1 - 6)$$

$$10 = a5$$

$$2 = a$$

$$f(x) = 2(x - 2)(x - 6)$$



En résumé

Pour retrouver la règle d'une fonction quadratique

Utilisez $f(x) = a(x-h)^2 + k$ Forme canonique

Si vous avez (h,k) et un point

Utilisez $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ Forme factorisée

Si vous avez 1 ou 2 zéros et un point

<u>*Chapitre 3*</u>

Autre façon de trouver (h,k)

1-Axe de symétrie x = h

$$f(x) = 2(x-2)(x-6)$$

$$h = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$h = \frac{2+6}{2}$$

$$h = 4$$

2- k = f(h)

$$f(4) = 2(4-2)(4-6)$$

$$f(4) = 2(2)(-2)$$

$$f(4) = -8$$